Présentation Nationale de l'enseignement des mathématiques en France au congrès ICME-14

Dossier réalisé par la CFEM,
commission française pour l'enseignement
des mathématiques

Cfem

Commission française pour l'enseignement des mathématiques

Académie des sciences - ADIREM - APMEP - AROM - CNFM - Femmes & mathématiques
ICEN - IHP - MATh.en.JEANS - SFdS - SMAI - SMF - UPS

Table des matières

I Introduction : la CFEM 4
1. Qu'est-ce que la CFEM ? 4
2. Une vocation internationale 4
3. Un engagement pour la francophonie 5
4. Quelques considérations sur son rôle national 6
5. Quelques exemples d'actions nationales 7
6. Et ensuite ? 11

II Évolutions curriculaires récentes 14
1. La structure du système éducatif français 14
2. Les réformes curriculaires (2000-2020) 17
3. Algorithmique, programmation et informatique 22
4. La commission Villani-Torossian et ses retombées 24
5. Commentaires et réflexions 25

Annexe : Programmes actuels 26

III Formation des enseignants 29
1. Les invariants de la formation initiale 29
2. D'incessantes réformes 33
3. Le continuum : de la pré-professionnalisation à la formation continue 35
4. Devenir enseignant dans le supérieur 36
5. Conclusion : garder un cap 37

IV Recherche en didactique des mathématiques 39
1. Recherche en didactique des mathématiques en France : thèmes émergents 39
2. L'étude du travail documentaire collectif des enseignants 40
3. Didactique de l'enseignement supérieur 44

V L'aventure des IREM 49
1. Présentation générale du réseau des IREM 49
2. Description détaillée des travaux 56
3. Les acteurs du réseau 68

VI Popularisation et activités périscolaires 70
1. Quels publics ? 71
2. Quelles activités ? 71
3. Exemples d'activités d'initiation à la recherche 73
4. Un site de diffusion de la recherche : *Images des mathématiques* 76
5. Les journées "filles, maths et informatique : une équation lumineuse" 78
6. Actions internationales d'Animath 79
7. Acteurs de la popularisation des mathématiques 81

Index 83

Bibliographie 86

Remerciements, contributions 96

I Introduction : la CFEM

Comme il est indiqué, ce dossier a été réalisé par la CFEM, commission française pour l'enseignement des mathématiques. Il est utile, avant de rentrer dans le vif de la présentation de l'enseignement des mathématiques en France, de commencer par une introduction sur le rôle de cette structure et son environnement.

1. Qu'est-ce que la CFEM ?

C'est la sous-commission française de la CIEM (Commission Internationale pour l'Enseignement des Mathématiques, ICMI pour l'acronyme en anglais). Elle constitue, en France, une plateforme commune à l'ensemble des associations professionnelles et des sociétés savantes liées aux mathématiques et à leur enseignement (ADIREM, APMEP, ARDM, CNFM, *femmes et mathématiques*, SFdS, SMAI, SMF et UPS [1]) et aussi à l'Institut Henri Poincaré (IHP) et depuis 2020 MATh.en.JEANS. Elle travaille en partenariat avec le groupe des mathématiques de l'Inspection générale de l'éducation nationale, devenue Inspection générale de l'éducation, du sport et de la recherche (IGÉSR) et l'Académie des Sciences. Le rôle de la CFEM est de favoriser la coopération entre les divers acteurs des mathématiques et de leur enseignement, et leur engagement dans des actions communes, pour promouvoir un enseignement vivant des mathématiques vivantes. Elle agit dans ce sens en direction des organismes publics et, plus généralement, en direction de la société.

Le statut est celui d'une association qui se compose uniquement de membres personnes physiques déléguées par les organismes mentionnés, et d'un nombre limité de membres cooptés, ce qui permet par exemple d'associer d'autres associations comme actuellement Animath, dont le but est de favoriser le goût et la pratique des mathématiques chez les jeunes.

2. Une vocation internationale

De par son lien avec la CIEM, la CFEM joue un rôle essentiel d'interface internationale. En particulier, elle coordonne la participation française aux Congrès Internationaux sur l'Enseignement des Mathématiques (ICME) qui ont lieu tous les 4 ans : les deux derniers ont été ICME-12 (Séoul, Corée, 2012) et ICME-13 (Hambourg, Allemagne, juillet 2016). Ce document est rédigé en prévision du congrès ICME-14 de Shanghai (Chine) en juillet 2021 (prévu en 2020 il a été reporté d'un an suite à la pandémie de Covid). Notons que Luc Trouche, président de la CFEM de 2012 à 2016, fait partie de son comité international de programme.

1. Assemblée des Directeurs des Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques (ADIREM), Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP), Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques (ARDM), Comité National Français des Mathématiques (CNFM), *femmes et mathématiques*, Société Française de Statistique (SFdS), Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles (SMAI), Société Mathématique de France (SMF), Union des Professeurs de classes préparatoires Scientifiques (UPS)

La CFEM contribue également aux études internationales ICMI Studies conduites régulièrement par la CIEM ; récemment : *Proof and Proving in Mathematics Education* (19), *Educational Interfaces between Mathematics and Industry* (20), *Mathematics Education and Language Diversity* (21), *Task Design (22)* et *Primary Mathematics Study on Whole Numbers* (23), *School Mathematics Curriculum Reforms : Challenges, Changes and Opportunities* (24) et celle en cours *Teachers of mathematics working and learning in collaborative groups* (25) [2].

L'activité de la CFEM est aussi stimulée par la reconnaissance internationale des recherches menées en France sur l'enseignement des mathématiques, dont témoignent les distinctions décernées par l'ICMI : médaille Felix Klein à Guy Brousseau en 2003 et à Michèle Artigue en 2013 ; médaille Hans Freudenthal à Yves Chevallard en 2009. Rappelons aussi le prix Paul Erdös attibué en 2004 à André Deledicq, co-fondateur du Kangourou des Mathématiques, et à l'initiative de la création en 1994 de l'actuelle CFEM [3].

Notons que Jean-Pierre Kahane (président d'ICMI de 1983 à 1990), décédé en juin 2017, et Michèle Artigue (présidente de 2007 à 2010) encore très active au sein d'ICMI, et également pour ce congrès ICME-14, ont joué un rôle important au sein de la CIEM et ont permis à la CFEM de bénéficier de leur expertise et de leur investissement exceptionnels. L'arrivée en 2021 de Jean-Luc Dorier, président de la CFEM de 2002 à 2006, comme Secrétaire Général d'ICMI en janvier 2021 est un nouvel élément de stimulation.

3. Un engagement pour la francophonie

En juillet 2000, année mondiale des mathématiques, la CFEM a organisé à Grenoble le premier Congrès Francophone sur l'Enseignement des Mathématiques. Le succès de cette entreprise a créé une dynamique qui a conduit à l'organisation tous les trois ans d'un colloque dénommé Espace Mathématique Francophone (EMF), reconnu comme un congrès régional par la CIEM, auquel la CFEM continue à contribuer activement. Six pays ont déjà accueilli successivement cette importante manifestation : France, Tunisie, Canada (Québec), Sénégal, Suisse et Algérie (EMF2015 a eu lieu à Alger) et de nouveau la France pour EMF2018 (à Paris (Gennevilliers), la CFEM était membre du comité d'organisation `https://emf2018.sciencesconf.org/`). Le prochain était prévu à Cotonou au Bénin en décembre 2021, il devrait aussi être reporté. [4]

2. `https://www.mathunion.org/icmi/conferences/icmi-study-conferences`
3. On trouvera quelques éléments de l'histoire de la CFEM, rédigés par Jean-Pierre Kahane, sur `http://www.cfem.asso.fr/cfem/elements-pour-l-histoire-de-la-cfem`
4. Voir le site de l'Espace Mathématique Francophone : `http://emf.unige.ch/`

Par ailleurs la CFEM a apporté dès sa création son soutien au programme CANP (Capacity & Networking Project) de l'ICMI, dont la première réalisation a eu lieu à Bamako (Mali) en octobre 2011. Le rapport *La Formation des Enseignants en Afrique Francophone Sub-Saharienne. Cinq Etudes de Cas : Burkina Faso, Côte D'Ivoire, Mali, Niger, Sénégal* est disponible en français et en anglais sur le site d'ICMI [5].

4. Quelques considérations sur son rôle national

La CFEM est l'incarnation de la grande cohésion de la communauté scientifique liée à l'enseignement des mathématiques. Son rôle effectif et ses actions restent cependant très contraintes par le système de décision de la politique éducative en France, lui-même complètement lié au système politique : rythme des élections, choix des ministres et attribution des compétences (par exemple, il y a en 2021 un Ministère de l'éducation nationale de la jeunesse et des sports, et un Ministère de l'enseignement supérieur de la recherche et de l'innovation, il y a eu un unique ministère en charge de l'éducation d'avril 2014 à mai 2017). La succession des ministres chargés de l'éducation nationale conduit à une succession de décisions concernant directement l'enseignement des mathématiques aux niveaux primaire et secondaire, prises de façons plus ou moins concertées avec la communauté mathématique, donc plus ou moins consensuelles et plus ou moins soutenues par cette dernière. Pour ce qui concerne leur mise en œuvre, tant pour l'enseignement primaire que secondaire, elle repose sur une administration centrale (DGESCO, direction générale de l'enseignement scolaire), et aussi sur un découpage territorial en académies. La réalisation au niveau local peut être assez variable, comme peuvent l'être les relations avec la communauté – les IREM (Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, voir chapitre V), implantés dans chaque académie, peuvent témoigner de cette diversité.

Un exemple est celui de la Stratégie Mathématiques [**141**], qui est mentionné dans le prochain chapitre sur les évolutions curriculaires récentes. La CFEM avait participé à son élaboration et était membre du comité de suivi. Ceci permettait d'avoir des relations régulières et privilégiées avec un certain nombre d'acteurs institutionnels, dont la DGESCO, et en retour renforçait la collaboration entre les composantes de la CFEM. Il est évident qu'être considéré comme interlocuteur facilite la circulation des informations et nécessite, donc favorise, cette collaboration. Par contre, la CFEM a été simplement consultée par la Commission Villani-Torossian [**149**], au même titre que toutes ses associations composantes et, concernant la dernière réforme du lycée, elle a été consultée par le CSP (conseil supérieur des programmes), mais pas directement par le comité de suivi de la réforme du lycée général et technologique en 2020. Néanmoins à chaque consultation, la CFEM a exprimé une position et fait des propositions préparées collectivement et quand une association de la CFEM est sollicitée sur un sujet d'intérêt commun, elle en informe les autres composantes. Par ailleurs, quelques communiqués ont été rédigés en commun et publiés pour alerter sur des points de vigilance, mais ils ne reçoivent pas de réponse directe.

5. `https://www.mathunion.org/icmi/activities/developing-countries-support/capacity-networking-project-canp`

Ces considérations ne visent pas à minimiser le rôle que la CFEM tient et peut tenir. L'existence d'une structure qui incite à la discussion entre des composantes qui ont par essence des objectifs distincts, au moins partiellement, est une grande force que les autres disciplines scolaires ne possèdent pas. En une période de réformes mises en place très rapidement, l'organisation de la communauté permet de mener des enquêtes, des analyses, de réfléchir en profondeur, de pointer des dysfonctionnements (on peut citer par exemple les choix très sexués des spécialités par les élèves du cycle terminal du lycée général, et aussi les problèmes posés par le tronc commun et l'enseignement scientifique), de proposer des améliorations (comme pour le dispositif des assistants d'éducation en préprofessionnalisation [6]). Même si elle n'est pas toujours entendue, notre communauté continue à se mobiliser pour que l'enseignement des mathématiques soit de qualité pour tous les élèves car elle croit que c'est un élément essentiel de la formation tant des futurs citoyens que des futurs scientifiques.

5. Quelques exemples d'actions nationales

Les exemples qui sont développés sont choisis pour illustrer la diversité des actions que la CFEM essaie de lancer ou de soutenir, avec l'institution ou de façon indépendante. La possibilité de lancer des actions reste contrainte par la structure de l'association qui a, par son statut depuis sa création, des moyens de financement très limités, et par la difficulté d'obtenir des subventions du ministère, du moins l'impossibilité de les obtenir avec un minimum d'anticipation. Par contre soulignons que ces actions ont pu être réalisées grâce à l'investissement bénévole de très nombreux enseignants de tous les niveaux.

5.1. Forum Mathématiques Vivantes. Lancé dans le cadre de la Stratégie Mathématiques, le Forum des Mathématiques Vivantes, organisé en lien avec la Semaine des mathématiques, a proposé des actions de formation à destination des enseignants et aussi des activités grand public variées dans quelques lieux emblématiques : Paris, Lyon et Marseille pour le premier [7], avec une organisation coordonnée par Michèle Artigue, alors présidente du CS-IREM, et Cédric Villani, en clôture de la Semaine des mathématiques en 2015 sur le thème "les mathématiques nous transportent", puis Paris, Lyon, Rennes et Toulouse en 2017. Dans le cadre de l'organisation de ce second Forum, la CFEM a pris l'initiative de produire un « Panorama [8] », recueil de contributions sur le thème "Mathématiques et langages", thème de la Semaine des mathématiques. Elle a sollicité des contributions d'origines diverses, dans le but d'obtenir des points de vue variés sur ce sujet très vaste.

Nous allons voir que la CFEM a également participé au 3e grand Forum des Mathématiques vivantes, mais sans le piloter comme elle l'avait fait pour les deux précédents.

FIGURE 1. Affiche du 1er Forum Mathématiques Vivantes 2015. Brochure Panorama du thème *Mathématiques et langages* du Forum Mathématiques Vivantes 2017

FIGURE 2. Le guide national préparé par le Ministère

5.2. Participation à l'Année des mathématiques. En partenariat avec le CNRS (centre national de la recherche scientifique, (pour ses 80 ans), le ministère de l'Éducation nationale et de la Jeunesse a lancé l'Année des mathématiques le 2 octobre 2019 [9]. Elle avait pour ambition de montrer au grand public le visage vivant des mathématiques et de renforcer le lien entre le monde de la recherche et les enseignants du secondaire [10]. La CFEM a été invitée au comité de pilotage de cette Année des mathématiques qui devait être ponctuée d'événements phares et de rencontres sur l'ensemble du territoire, impliquant de nombreux partenaires associatifs, et des actions de formation pour les

6. `http://www.cfem.asso.fr/actualites/communique-de-la-cfem-et-de-ses-partenaires-sur-les-aed-avril-2021`

7. `https://mathematiquesvivantes.weebly.com/`

8. `http://www.cfem.asso.fr/actualites/forum-mathematiques-vivantes-2017`

9. `https://www.education.gouv.fr/annee-des-mathematiques-2019-2020-5444` et sur le site du CNRS `http://annee.math.cnrs.fr/`

10. `http://www.cnrs.fr/fr/cnrsinfo/annee-des-mathematiques-rapprocher-chercheurs-et-enseignants`, [**18**]

enseignants, en lien avec les mesures du plan Villani-Torossian, mis en œuvre par la Mission Mathématique [11]. Le dernier évènement clôturant l'Année devait être la participation de la France au congrès ICME-14. La pandémie de Covid 19 a bouleversé l'organisation, et le Grand forum des mathématiques vivantes (GFMV), prévu à Lyon du 13 au 16 mai 2020, a été reporté et transformé en une manifestation plus modeste et à distance [12]. La CFEM a participé activement à la réalisation du guide national de l'Année [**75**] et au comité et à l'organisation scientifique du GFMV.

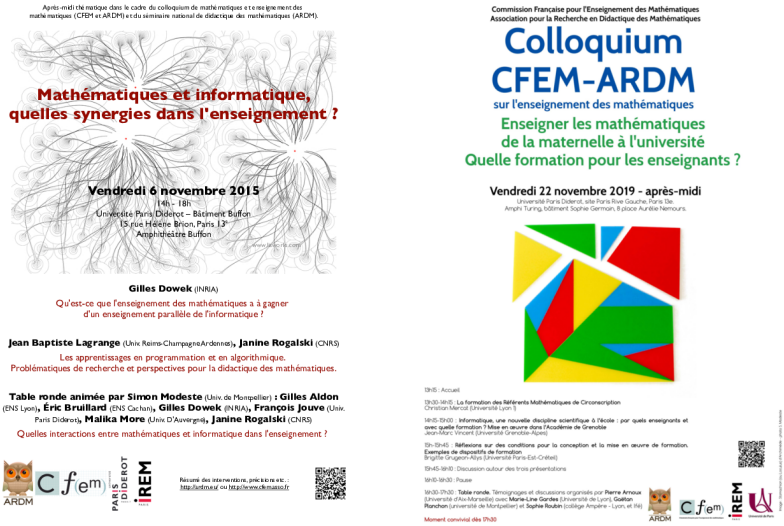


FIGURE 3. Affiches du Colloquium CFEM-ARDM (années 2015 et 2019)

5.3. Colloquium CFEM-ARDM. Le colloquium de didactique des mathématiques, organisé depuis 2005 par l'ARDM, en lien avec son séminaire national, et la CFEM, a évolué à partir de 2012. Renommé Colloquium sur l'enseignement des mathématiques, il s'est étoffé avec la participation de plusieurs intervenants et une table ronde. Cette manifestation, dans laquelle la didactique reste bien présente, est destinée à rassembler toute la communauté de l'enseignement des mathématiques sur un thème fédérateur : Mathématiques et citoyenneté (2017), Concret et abstrait dans l'apprentissage des mathématiques, de la maternelle à l'université (2018), Enseigner les mathématiques de la maternelle à l'université. Quelle formation pour les enseignants ? (2019), Appropriation des mathématiques et usages dans la société (École, enseignement et formation) (2020) et Recruter des enseignants de mathématiques : quelles connaissances

11. `https://eduscol.education.fr/1476/actualites-de-la-mission-mathematiques`
12. `https://eduscol.education.fr/2692/grand-forum-des-mathematiques-vivantes` et le programmme `https://gfmv.enseigne.ac-lyon.fr/distanciel/programmes_mercredi.html`

et compétences mathématiques, didactiques, et pédagogiques pour les enseignants du primaire et du secondaire ? (avril 2021). Ces deux dernières éditions se sont tenues à distance, avec un nombre important de participants.

Signalons aussi l'organisation en mars 2018 d'une journée sur "L'enseignement des mathématiques, de l'informatique et de la physique dans la transition lycée-université : continuité ou rupture ?". Ce sujet de la transition L-U (lycée - université) n'a commencé qu'assez récemment à préoccuper les formations universitaires qui se contentaient jusque là de regretter les "lacunes" des étudiants en Licence, sans réellement s'intéresser aux connaissances et aux compétences acquises à la sortie du lycée. Le bouleversement de la réforme du baccalauréat rend désormais indispensable de réfléchir à cette transition dès la conception des maquettes de formation et pour établir des critères d'acceptation des étudiants à l'entrée dans le supérieur. Pour les mathématiques, le sujet est même devenu une préoccupation majeure, mais il est encore trop tôt pour juger des conséquences de la réforme car la première génération qui a connu sa mise en place passe le baccalauréat cette année 2021.

5.4. Communication. Pour maintenir les liens au sein de la communauté entre les divers évènements organisés au cours de l'année, la CFEM réalise un Bulletin qui était mensuel sous la présidence de Luc Trouche et est devenu bisannuel [13], complété par une lettre d'information mensuelle.

FIGURE 4. Brochure Zoom métiers, éditions 2015 et 2021

La CFEM a également participé à la réalisation d'une brochure à destination des élèves et de leurs familles, *Zoom métiers des mathématiques de la statistique et de l'informatique*, en partenariat avec l'Onisep, les sociétés savantes (associations composantes de la CFEM) et AMIES, agence pour les mathématiques en interaction avec

13. `http://www.cfem.asso.fr/liaison-cfem`

l'entreprise et la société. Il est important d'informer les élèves des très nombreux métiers qui s'offrent à eux après des études supérieures (bac + 3 à bac + 8). Deux brochures avaient déjà été réalisées dans les années précédentes, la CFEM a souhaité s'associer à cette nouvelle édition. En effet, la question de l'orientation des élèves se pose d'une façon générale, mais en particulier au lycée pour les élèves qui n'auraient aucune difficulté à poursuivre des études en mathématiques, mais n'y sont pas encouragés, car les enseignants eux-même, le grand public, les médias connaissent mal les possibilités offertes. Une vigilance particulière concerne l'aide à l'orientation des filles à laquelle l'association *femmes et mathématiques*, membre de la CFEM, apporte beaucoup d'énergie [14].

6. Et ensuite ?

La suite de ce document donne un éclairage sur quelques points particuliers qui ont été choisis parce qu'ils nous semblent bien refléter la situation actuelle de l'enseignement des mathématiques en France, du point de vue de la communauté qui s'y consacre par l'enseignement ou la recherche. Les cinq chapitres qui suivent sont chacun dédiés à un aspect : évolutions curriculaires (II), formation et recrutement des enseignants (III), recherche en didactique (IV), le réseau des IREM (V) et les actions de popularisation (en milieu scolaire, périscolaires ou destinées au grand public) (VI). Ils sont autonomes, avec bien sûr quelques intersections mais néanmoins le souci d'éviter les répétitions. C'est un panorama partiel et nous n'avons pratiquement pas abordé les conséquences de la pandémie de Covid19, qui a pourtant déjà commencé à faire l'objet d'enquêtes et de travaux ([**6**] par exemple). Nous soulignerons néanmoins la façon dont la communauté a cherché à s'adapter à la situation pandémique avec de très belles réussites et aussi une grande solidarité.

Ce texte, écrit à plusieurs mains, a par moments une tonalité critique. Elle reflète une inquiétude qui dépasse le seul sujet de l'enseignement des mathématiques, mais trouve néanmoins sa source sur des points précis directement liés à celui-ci. Sauf dans le chapitre VI qui porte sur des aspects plus gratifiants, qui sont intégralement gérés et assumés par notre communauté, avec une grande liberté qui autorise les initiatives mais aussi des réseaux qui permettent de les encourager et de les valoriser. Même sur ce sujet, on peut penser que cette activité est d'autant plus intense que l'enseignement traditionnel montre ses faiblesses et malgré son caractère remarquable et son intensité, elle ne touche qu'une minorité d'élèves.

La situation est complexe, se mêlent une critique assez nette de la façon dont les réformes sont décidées et mises en place, on en verra un exemple au chapitre III avec la formation des enseignants, et la prise de conscience de la nécessité de faire évoluer les structures, les contenus, les métiers, la formation ; une certaine lucidité sur la complexité de la tâche et l'impossibilité de satisfaire tout le monde ; mais une contestation de la place faite aux sciences, et en particulier aux mathématiques, dans le tronc commun du lycée général ; une certaine colère suite au constat de l'accroissement des inégalités tel qu'il apparaît dans le choix des spécialités au lycée bien que cette situation ait été

14. `https://femmes-et-maths.fr/wp-content/uploads/2020/02/Propositions2020.pdf`

prédite [**112**][**113**] ; un grand regret que l'énergie réelle que l'institution semble vouloir apporter à certaines actions soit vite dissipée ; s'ensuit une certaine amertume d'une partie du corps enseignant à côté d'une incroyable motivation d'une autre partie qui n'est pourtant pas assez encouragée.

De très nombreux rapports ont déjà été écrits sur une partie des sujets que nous avons choisis, certains par l'institution (rapports de l'IGÉSR [**84**], du CNESCO [**29**], de la DEPP [**109**], [**110**] ou encore de la Cour des comptes [**39**] ou de l'Académie des sciences [**2**] pour n'en citer que quelques uns). Il ne peut être question de rivaliser avec ces études très poussées mais nous encourageons les lecteurs intéressés à les parcourir pour mieux connaître l'évolution de la situation tout en vérifiant une certaine stabilité sur les constats. Nous avons choisi de ne pas aborder les résultats aux tests internationaux PISA [**123**], TIMSS [**143**], ou nationaux, CEDRE (cycle des évaluations disciplinaires réalisées sur échantillon [**111**]) qui fournissent les rares occasions où le sujet reçoit de l'attention de la part des medias, et sont déjà l'objet de nombreuses analyses. Enfin, sur la réforme de l'enseignement des mathématiques, une Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et au collège a été organisée par l'Ifé à la demande de la DGESCO en 2012 [15] ; plusieurs commissions ont fait un travail en profondeur, y compris sur les contenus pour la CREM présidée par Jean-Pierre Kahane, au tournant du siècle, et la dernière en date, dite commission Villani-Torossian sera plusieurs fois mentionnée dans la suite du texte, en particulier au chapitre II. Ces commissions ont eu de réels moyens pour faire l'état des lieux et analyser la situation, nous pouvons nous appuyer sur leurs travaux, elles ont néanmoins connu un succès relatif car à chaque fois, la mise en place des mesures qu'elles préconisaient n'a pas bénéficié d'un accompagnement dans la durée à la hauteur des besoins. Et la commission Villani-Torossian ne semble pas échapper non plus à ce constat malgré la mise en place d'un plan ambitieux associé.

La formation des futurs enseignants et la formation continue doivent bénéficier des apports de la recherche en didactique, et cette dernière a atteint en France une réelle maturité comme en témoigne le chapitre IV. Il faut renforcer les synergies entre des mondes qui sont encore trop cloisonnés, malgré le rôle que jouent les IREM depuis des décennies pour les rapprocher (voir par exemple [**30**]). Un point très positif pour renforcer les synergies vient de la prise de conscience du CNRS que le vivier de la recherche se nourrit en amont d'élèves bien formés, ce qui s'accompagne d'un plus grand intérêt pour l'enseignement.

Alors qu'espérons-nous ? La création des IREM a été un (rare) exemple idéal où le politique a répondu concrètement aux projets proposés par des enseignants éclairés, peut-être par des hasards de personnes et de contexte social. Nous essayons de maintenir vivante la petite flamme de cet optimisme, et le chapitre V en est le reflet. Nous souhaitons que le ministère, et ses instances diverses, comprenne l'intérêt de "profiter" de cet existant, organisé en réseau depuis 50 ans et aide à lui donner un nouvel essor, favorise

15. `http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/manifestations/dossier-manifestations/conference-nationale`

les rapprochements au niveau des académies pour co-construire des formations, encourage les enseignants dans le développement professionnel que les IREM permettent. Il nous semble essentiel que la collaboration entre la communauté liée à l'enseignement des mathématiques et l'institution soit encouragée à tous les niveaux, et la CFEM peut être un des acteurs de ce rapprochement.

II Évolutions curriculaires récentes

La France a connu, au cours de ce siècle, d'importantes réformes curriculaires et le processus de réforme semble s'accélérer ces dernières années [**5**], [**69**]. Elles ont concerné à la fois les structures d'enseignement, les programmes, les modes d'évaluation et la formation des enseignants. A ceci se sont ajoutées les mesures prises suite à la publication en février 2018 du rapport élaboré par la commission Villani-Torossian [**149**].

Dans le texte qui suit, après avoir rappelé la structure du système éducatif français, brièvement décrit les principales réformes intervenues depuis l'année 2000 et souligné quelques tendances fortes comme l'accroissement de la place accordée au domaine probabilités-statistique, l'attention portée à la modélisation et à l'interdisciplinarité, nous nous centrerons sur l'une d'elles : la montée en puissance de l'algorithmique et de la programmation dans les programmes de mathématiques, en relation avec celle de l'informatique comme discipline autonome. Ces évolutions, comme le montre l'étude ICMI 24, s'inscrivent dans des tendances partagées au niveau international [**138**]. Nous évoquerons ensuite la mission Villani-Torossian et ses retombées, avant de conclure sur les évolutions positives mais aussi les inquiétudes suscitées par l'accumulation des réformes, de souligner les besoins de formation et d'accompagnement des enseignants, et la nécessité de mettre en place des processus efficaces de régulation.

1. La structure du système éducatif français

La figure 1 présente le système éducatif français. L'école obligatoire débute depuis septembre 2019 à 3 ans, avec 3 ans d'école maternelle, mais 97% [1] des enfants étaient déjà scolarisés à trois ans, 99,6% à quatre ans et 100% à cinq ans en 2018-2019. Suivent 5 années d'école élémentaire, l'ensemble école maternelle et école élémentaire constituant l'enseignement primaire (environ 6,7 millions d'élèves). L'enseignement y est, depuis 2008, organisé par cycles de trois ans et le cycle 3 inclut la première année de l'enseignement secondaire depuis 2016-2017.

L'enseignement secondaire (environ 6 millions d'élèves) commence avec quatre années d'étude (classes de la 6e à la 3e), dans une structure, unifiée depuis 1975 : le collège. Depuis 2016-2017, les trois dernières années constituent le cycle 4. Il se diversifie ensuite, à partir du lycée, avec une première séparation en classe de seconde, entre lycée général et technologique (71,6% des élèves), et lycée professionnel (28,4%). Les deux types d'enseignement mènent au baccalauréat, examen national, depuis la création du baccalauréat professionnel en 1985, mais le lycée professionnel prépare aussi à d'autres diplômes de niveau intermédiaire, notamment le CAP (Certificat d'aptitude professionnelle). De plus, en 2010, le cursus du lycée professionnel, originellement de

1. Les effectifs et pourcentages fournis sont issus de la brochure Repères et références statistiques 2020 de la DEPP (Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance) du Ministère de l'Éducation nationale, de la Jeunesse et des Sports [**130**]

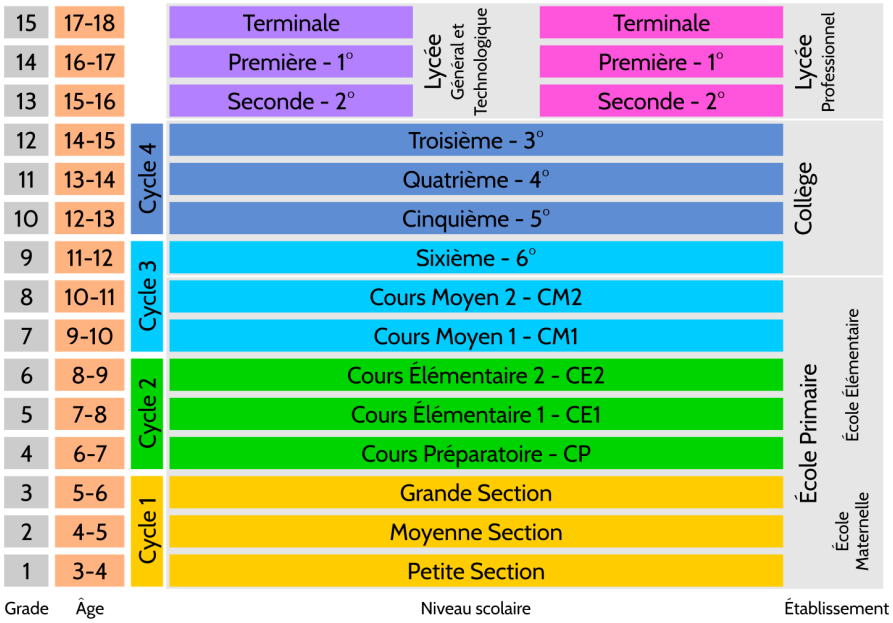


FIGURE 1. La structure du système d'enseignement primaire et secondaire en France

4 ans, a été aligné sur celui du lycée général et technologique en 3 ans. Une seconde bifurcation existe en première entre lycée général et lycée technologique.

Jusqu'à l'année 2019-2020, le lycée général offrait, à partir de la seconde année (classe de première) trois orientations : littéraire (série L), sciences économiques et sociales (série ES) et scientifique (série S)[2]. Par ailleurs, des choix d'options puis de spécialités en terminale s'ajoutaient à cette différentiation par les séries. Le lycée technologique offrait, quant à lui, 8 séries distinctes et le lycée professionnel une plus grande diversité encore. La réforme des lycées, entrée en vigueur en septembre 2019, a modifié profondément la structure du lycée général. Les séries ont disparu. En première, les élèves suivent un enseignement de tronc commun de 16h hebdomadaire où les mathématiques ne sont présentes que dans un enseignement scientifique de 2h partagé entre quatre disciplines, et ils choisissent 3 spécialités (3x4h) parmi 12 a priori possibles[3]. Ils doivent en abandonner une en terminale et ils poursuivent les deux autres avec un horaire hebdomadaire de 6h. Au lycée technologique, les séries sont conservées avec des

2. Une description détaillée du système éducatif français au début de ce siècle, réalisée pour ICME-10 par la CFEM, est accessible à (Dorier, 2004) : `http://www.cfem.asso.fr/ressources/panorama`

3. En 2019-2020, 68,7% des élèves ont choisi la spécialité Mathématiques. C'est la première spécialité choisie, la seconde étant physique-chimie avec 46,7% des élèves.

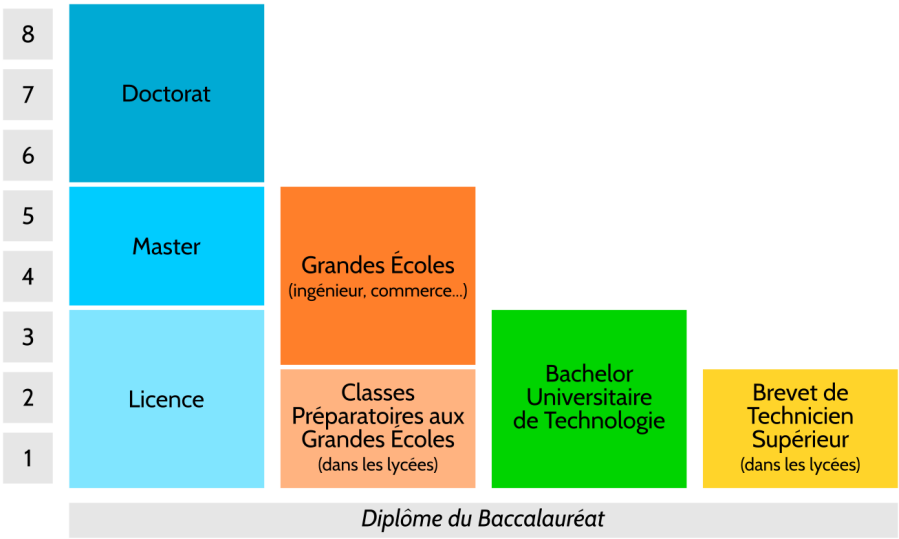


FIGURE 2. La structure de l'enseignement supérieur en France

spécialités adaptées. Une restructuration du lycée professionnel est elle aussi en cours (voir la section 2 ci-dessous).

La réussite au baccalauréat [4] donne accès aux études supérieures (environ 2,9 millions d'étudiants), présentées dans la figure 2, avec une coexistence de filières non sélectives et sélectives, en université et hors université, dont les traditionnelles classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE) et les préparations au brevet de technicien supérieur (BTS) assurées dans les lycées. Les études universitaires sont organisées, comme dans les autres pays européens en Licence (3 ans), Master (2 ans) et Doctorat depuis 2002. À cette structure déjà complexe du système éducatif, s'ajoutent des institutions comme les lycées agricoles qui dépendent du ministère de l'agriculture et des dispositifs spécifiques pour accueillir les élèves présentant différents handicaps, même si ces derniers sont de plus en plus scolarisés dans les classes ordinaires, dans le cadre d'une éducation qui se veut plus inclusive (loi n° 2005-102 du 11 février 2005, loi Peillon du 8 juillet 2013) [5].

4. Les pourcentages de réussite au baccalauréat étaient en 2019 de 91,1% pour le baccalauréat général, de 88% pour le baccalauréat technologique et de 82,4% pour le baccalauréat professionnel. En 2019, 80% d'une génération est titulaire du baccalauréat (42,6% d'un bac général, 16,5% d'un bac technologique et 20,9% d'un bac professionnel).

5. `https://www.legifrance.gouv.fr/loda/id/JORFTEXT000000809647/` et `https://www.education.gouv.fr/loi-ndeg2013-595-du-8-juillet-2013-d-orientation-et-de-programmation-pour-la-refondation-de-l-ecole-5618`

Traditionnellement, au primaire, les mathématiques sont enseignées par des enseignants polyvalents, au lycée professionnel par des enseignants bivalents qui enseignent à la fois les mathématiques et les sciences physiques et chimiques, au collège et au lycée général et technologique par des enseignants monovalents pouvant enseigner dans les deux niveaux.

Depuis la création des IUFM (Instituts universitaires de formation des maîtres) en 1990, devenus ESPE (Ecoles supérieures du professorat et de l'éducation) en 2013 et INSPE (Instituts nationaux supérieurs du professorat et de l'éducation) en 2019, la formation initiale des enseignants est partagée entre ces instituts et les universités auxquelles ils sont rattachés ou avec lesquelles ils passent des conventions. Traditionnellement, les enseignants sont recrutés par voie de concours et ont le statut de fonctionnaire. Depuis 2010, ils doivent aussi obtenir un master. La place du concours, celle des stages dans les établissements scolaires et de leurs conditions, le statut des enseignants en stage, ont varié au cours des réformes et une nouvelle réforme, actuellement en cours, va de nouveau modifier le système (voir chapitre III). Pour ce qui est des mathématiques, la difficulté actuelle à attirer les étudiants vers le professorat a fortement diversifié ces dernières années les parcours professionnels et les disciplines universitaires d'origine des candidats, et considérablement augmenté le nombre d'enseignants recrutés temporairement sur des statuts de vacataire, sans formation spécifique, notamment dans les zones socialement défavorisées.

2. Les réformes curriculaires (2000-2020)

Les réformes curriculaires sont régulières en France. Néanmoins, leur nombre semble s'accélérer ces dernières années et elles concernent à la fois les programmes et les structures. Précisons qu'en France, les programmes sont nationaux et que les réformes sont généralement implémentées en même temps dans tout le pays. Par ailleurs, les alternances politiques ont conduit, en 20 ans, au vote de trois lois successives sur l'organisation de l'école : la loi d'orientation et de programme pour l'avenir de l'école (loi Fillon 2005), la loi d'orientation et de programmation pour la refondation de l'École de la République (loi Peillon 2015), la loi sur l'école de la confiance (loi Blanquer 2019) qui ont toutes eu des impacts curriculaires [6].

2.1. L'enseignement primaire et secondaire. Le tableau de la figure 3 cite les principales réformes qui y sont intervenues depuis 2000.

Le siècle commence avec une réforme du lycée général dont la préparation s'effectue sous l'égide du Conseil national des programmes (CNP) créé en 1989. Parmi les évolutions importantes portées par cette réforme, il y a la place donnée au domaine statistique, avec notamment une initiation à la statistique inférentielle au-delà des seules

6. https://www.education.gouv.fr/bo/2005/18/MENX0400282L.htm, https://www.education.gouv.fr/loi-ndeg2013-595-du-8-juillet-2013-d-orientation-et-de-programmation-pour-la-refondation-de-l-ecole-5618 et https://www.education.gouv.fr/la-loi-pour-une-ecole-de-la-confiance-5474

2000	Réforme du lycée général pilotée par le CNP (Conseil national des programmes)	2012	Création du CSP (Conseil supérieur des programmes)
2002	Réforme de l'école élémentaire	2015	Loi Peillon - Nouveau socle commun de connaissances, compétences et de culture.
2005-2006	Nouvelle loi sur l'école (loi Fillon) et dissolution du CNP – Socle commun des connaissances et compétences - Réforme du collège	2015	Réforme de l'école maternelle
2008	Réforme de l'école primaire	2016	Réforme de l'école élémentaire et du collège
2009-2010	Réforme du lycée professionnel (2009), réforme des lycées généraux et technologiques (2010)	2018-2020	Loi Blanquer – Réforme des lycées et du baccalauréat – Réforme de l'accès à l'enseignement supérieur

FIGURE 3. Évolutions curriculaires en France (enseignement primaire et secondaire)

statistiques descriptives, dès la classe de seconde, mais aussi l'attention portée aux relations entre disciplines scientifiques et plus largement à l'interdisciplinarité. En témoigne l'introduction des TPE (travaux personnels encadrés), avec un horaire de 2h hebdomadaires, en première puis en terminale. Ces projets, pour lesquels un ensemble de thèmes très larges sont proposés au niveau national, sont réalisés par de petits groupes d'élèves, sur un semestre. Ils mobilisent au moins deux disciplines et sont co-encadrés par les enseignants. On note aussi une différentiation de l'enseignement entre filières, mieux pensée. Elle conduit, par exemple, à introduire la théorie des graphes en filière ES.

Suit, en 2002, une réforme de l'école élémentaire qui met particulièrement l'accent sur la résolution de problèmes, problèmes pour motiver l'introduction de nouveaux concepts, pour les exploiter, mais aussi pour développer l'aptitude à chercher. Pour ces deux réformes, de nombreux documents d'accompagnement sont produits par les groupes d'experts en charge de la rédaction des programmes, ressources officielles pour les enseignants.

En 2005, suite à la loi Fillon, le CNP est dissous, mais une évolution majeure apparaît. L'idée, en gestation depuis des décennies, de formaliser un socle commun des connaissances et compétences dont l'école devrait assurer la maîtrise à tous les élèves à la fin de la scolarité obligatoire, entre dans la loi [7]. Ce socle commun, publié en 2006, est organisé autour de sept piliers, l'un d'eux s'intitulant « Les principaux éléments de mathématiques ». Globalement, ce dernier reprend les principaux éléments

7. http://cache.media.education.gouv.fr/file/51/3/3513.pdf

des nouveaux programmes du collège implémentés la même année, mais en limitant les attentes en termes d'expertise [**10**].

En 2008, suit une nouvelle réforme de l'enseignement primaire, repensant son organisation avec notamment l'introduction d'un créneau de 2h par semaine pour des activités d'aide personnalisée, l'organisation en cycles, et proposant des programmes concis, remettant l'accent en mathématiques sur le calcul et notamment l'apprentissage des techniques opératoires, des programmes censés assurer à tous les élèves la maîtrise des fondamentaux.

Après une tentative avortée en 2008, une nouvelle réforme du lycée a également lieu à partir de 2010. Dans l'enseignement général, elle confirme l'importance donnée au secteur des probabilités et statistique, l'attention à l'interdisciplinarité avec les TPE mais aussi une nouvelle option MPS (Méthodes et pratiques scientifiques) proposée en seconde. La nouveauté principale est cependant, outre le retour de la logique, l'entrée de l'algorithmique dans les programmes de mathématiques dès la classe de seconde et la création d'une spécialité ISN (Informatique et sciences du numérique) qui s'ajoute aux quatre spécialités scientifiques existantes (mathématiques, sciences physiques, SVT (sciences de la vie et de la Terre), sciences de l'ingénieur) en terminale.

L'alternance politique, en 2012, va conduire à une nouvelle loi et à la création du CSP (Conseil supérieur des programmes) dont une des tâches va être de repenser le socle commun. Le nouveau socle commun de connaissances, de compétences et de culture, adopté en 2015, sera organisé autour de cinq domaines transversaux auxquelles les différentes disciplines doivent contribuer [8]. En liaison avec ce socle, de nouveaux programmes sont préparés, sous l'égide du CSP, pour l'école et le collège [**69**]. Leur implémentation se fera de façon accélérée, en deux ans seulement, en 2015-2016 pour l'école maternelle et en 2016-2017 pour l'école élémentaire et le collège. Au primaire, on revient sur les priorités de la réforme précédente qui n'ont pas eu les résultats escomptés. Au collège, la nouveauté principale est l'introduction d'un nouveau domaine « Algorithmique et programmation », domaine dont l'enseignement est partagé entre mathématiques et technologie.

L'alternance politique de 2017 va, elle, conduire à des évolutions plus radicales : réforme de l'accès à l'université, réforme du baccalauréat, réforme des lycées avec notamment la suppression des filières du lycée général comme indiqué plus haut, et une réorganisation complète de l'offre d'enseignement en mathématiques. En première et terminale, les élèves ont un unique enseignement scientifique de tronc commun, de 2h hebdomadaires seulement, qui, sur des thèmes transversaux [9], doit mobiliser à la fois

8. Ces domaines sont : 1. Les langages pour penser et communiquer, 2. Les méthodes et outils pour apprendre, 3. La formation de la personne et du citoyen, 4. Les systèmes naturels et les systèmes techniques, 5. Les représentations du monde et l'activité humaine. Voir `http://cache.media.education.gouv.fr/file/17/45/6/Socle_commun_de_connaissances,_de_competences_et_de_culture_415456.pdf`

9. Les intitulés des thèmes de cet enseignement scientifique sont les suivants : en première : 1. Une longue histoire de la matière, 2. Le soleil, notre source d'énergie, 3. La terre, un astre singulier, 4. Son et musique porteurs d'information (`https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/13/4/spe573_annexe_1063134.pdf`). En terminale : 1. Science, climat et société, 2. Le futur des

les sciences physiques et chimiques, les SVT, l'informatique et les mathématiques. En terminale, les élèves qui ont suivi la spécialité Mathématiques en première (4h hebdomadaires) peuvent la conserver (6h) et même lui ajouter (lorsque leur établissement le propose) un enseignement « Mathématiques expertes » (3h), tandis que s'ils abandonnent la spécialité, ils peuvent, s'ils le souhaitent, suivre un enseignement intitulé « Mathématiques complémentaires » (3h) [10]. Au niveau des programmes eux-mêmes, parmi les nouveautés on note, en classe de seconde, une entrée officielle de l'histoire des mathématiques avec une rubrique spécifique pour chacun des cinq domaines du programme [11] et aussi, pour chacun de ces domaines, un certain nombre de démonstrations que les élèves devront rencontrer.

Durant cette période, on note également une évolution importante de l'enseignement secondaire professionnel, dont la dernière réforme datait de 1995. La réforme de 2009 aligne la durée de préparation du baccalauréat professionnel sur celle des autres baccalauréats (3 ans). La première année (classe de seconde) est une année de tronc commun, puis les programmes se différencient selon trois groupes de métiers, ce qui réduit fortement la diversité existante. Au niveau des contenus, les programmes sont globalement moins ambitieux que ceux de 1995 mais l'enseignement de la statistique est renforcé et un programme complémentaire de mathématiques est proposé pour faciliter la poursuite d'études à l'issue du baccalauréat, dans le cadre des heures dédiées à l'accompagnement personnalisé des élèves. Sur le plan pédagogique, la démarche d'investigation est préconisée, associée à une approche expérimentale des mathématiques s'appuyant sur les technologies numériques. L'évaluation de cette capacité expérimentale compte d'ailleurs pour 30% de la note de mathématiques à l'examen. Un nouveau dispositif pédagogique est par ailleurs mis en place pour assurer le lien entre les mathématiques et les enseignements de spécialité : l'enseignement général lié à la spécialité (EGLS). Sans programme défini et non évalué, il va constituer un véritable espace de liberté. La réforme en cours, qui a débuté en 2019, moins importante, voit notamment l'introduction dès la classe de seconde de l'algorithmique et de la programmation, et la suppression de l'EGLS au profit de co-interventions beaucoup plus cadrées.

2.2. Les classes préparatoires aux grandes écoles (CPGE). Nous nous centrons dans cette section sur les évolutions des programmes des filières scientifiques de CPGE numériquement prépondérantes : MP (mathématiques et physique), PC (physique et chimie), PSI (physique et sciences de l'ingénieur). Les programmes de ces filières ont de grandes parties communes, la filière MP se signalant par quelques approfondissements.

énergies, 3. Une histoire du vivant (`https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/84/7/spe241_annexe_1158847.pdf`).

10. En terminale, en 2020-2021, 41,2% des élèves ont gardé la spécialité Mathématiques et 17,5% ont choisi l'option Maths complémentaires. Par ailleurs 14% de ceux ayant choisi la spécialité Maths ont aussi choisi l'option Maths expertes.

11. Ces cinq domaines sont : nombres et calcul, géométrie, fonctions, statistiques et probabilités, algorithmique et programmation; s'y ajoute une section intitulée vocabulaire ensembliste et logique – `https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/95/7/spe631_annexe_1062957.pdf`

Suite à la réforme du lycée de 2010, les programmes de ces CPGE ont été considérablement modifiés en 2013. Parmi les évolutions majeures, on peut noter la mise en place d'un enseignement de probabilités, centré sur les variables aléatoires discrètes, la disparition d'une grande partie de la géométrie (coniques, quadriques, courbes paramétrées), d'un pan de l'analyse (équations différentielles non linéaires, difféomorphismes) et celle des séries de Fourier. Ces évolutions ont été commandées par la nécessité de mettre en place dans les CPGE scientifiques une introduction substantielle à l'aléatoire, dont l'absence semblait anachronique, ainsi que par la forte demande d'allègement venant d'une partie des professeurs.

Huit ans après, on peut tirer un bilan de cette réforme. L'apparition des probabilités, initialement accueillie par des réactions variées, est désormais largement reconnue comme une grande réussite, du double point de vue des professeurs et des étudiants. Le corpus de probabilités, assez réduit, permet cependant de très riches interactions avec le reste du programme, ce qui se traduit par l'apparition d'exercices et de problèmes de concours à la fois ambitieux, réalistes et de grande qualité, traitant de sujets très divers (marches aléatoires, chaînes de Markov, utilisation des probabilités en combinatoire, en arithmétique, etc.). Les allègements en géométrie et en analyse non linéaire sont globalement jugés pertinents. En revanche, la disparition des séries de Fourier est regrettée d'un double point de vue. D'une part, elles constituaient, par la diversité des idées mises en jeu, un très bel objet pédagogique. D'autre part, leur enseignement pouvait être modulé de façon satisfaisante selon le niveau des classes. En outre, leur utilisation en physique jouaient un rôle important dans le dialogue entre disciplines scientifiques.

Comme souligné précédemment, la nouvelle réforme du lycée modifie de façon très importante l'enseignement des mathématiques. Pour les élèves fortement attirés par les mathématiques, les nouveaux programmes, plus ambitieux dans leurs attendus comme dans leurs contenus, devraient a priori produire de meilleurs résultats. Cependant, il reste des incertitudes sur les effets à terme de la réforme, dues à sa structure même et à son ampleur ainsi qu'aux perturbations créées par la pandémie actuelle. Les groupes d'experts ont travaillé dans le cadre d'un « toilettage » des programmes de 2013. Le changement n'a donc pas, et de loin, l'ampleur de celui de 2013. Les contenus restent globalement stables, les axes de travail ayant été les suivants :

- une réécriture du programme de probabilités, qui en rende la forme plus fluide et les attendus plus clairs, sans toucher aux contenus ;
- l'élagage de certaines branches trop isolées et l'ajout de thèmes adhérents aux programmes actuels pour augmenter leur cohérence ;
- la mention explicite, à la demande des grandes écoles d'ingénieurs, de la thématique « Optimisation ».

Mais il n'y a pas de réintroduction des séries de Fourier. Les programmes de première année sont parus, ceux de deuxième année en cours de validation.

Par ailleurs, la réforme met en place une nouvelle filière de CPGE scientifique, la MPI (mathématiques, physique et informatique), appelée en première année MP2I (mathématiques, physique, ingénierie et informatique)). Il s'agit ici de donner un débouché aux lycéens ayant choisi la spécialité NSI et, plus largement, de créer une filière

dans laquelle l'enseignement de l'informatique sera fortement renforcé par rapport à l'offre existante, celui de la physique étant en contrepartie diminué. Les programmes de mathématiques y seront ceux de la filière MP.

Dans la section suivante, nous nous centrons sur une des tendances claires dans ces évolutions curriculaires multiples et diverses : la montée en puissance du domaine de l'algorithmique et de la programmation, allant de pair avec une attention croissante portée au développement de la culture numérique des élèves et l'autonomisation de l'informatique comme discipline d'enseignement.

3. Algorithmique, programmation et informatique

Comme de nombreux pays, la France a expérimenté une introduction à l'informatique au secondaire dans les années 1980, avec une initiation à la programmation au lycée. Le développement de l'informatique et des logiciels grand public a entraîné un abandon de cet enseignement d'informatique au profit de l'utilisation des outils numériques, les dénommées TICE (Technologies de l'information et de la communication pour l'enseignement) dans toutes les disciplines, logiciels (tableur, traitement de texte. . .), puis outils liés au développement d'internet. En mathématiques, cela s'est traduit par l'intégration d'outils spécifiques (logiciels de géométrie dynamique, de calcul formel, traceurs, calculatrices graphiques et symboliques...). Ce n'est que dans les années 2010 que réapparaît au secondaire un enseignement d'informatique en tant que tel [**69**].

Pour comprendre ce qui s'est passé concernant l'algorithmique dans le cadre des mathématiques, il faut remonter à la création de la CREM (Commission de Réflexion sur l'Enseignement des Mathématiques) en 1999. Cette commission, présidée par Jean-Pierre Kahane, a produit plusieurs rapports très riches durant les années suivantes [**88**] dont un rapport intitulé "Informatique et Enseignement des Mathématiques" recommandant l'introduction d'une part d'informatique dans l'enseignement des mathématiques.

Dès la réforme du lycée de 2000, on trouve une part d'algorithmique, mais dans les programmes de filière littéraire uniquement. La réforme mise en place entre 2009 et 2012 généralise cette introduction en proposant un enseignement d'algorithmique (et un autre de logique) transversalement aux chapitres de mathématiques. Il faut noter que cet enseignement se met en place sans qu'un langage de programmation ne soit imposé, et de nombreux logiciels et langages cohabitent. À la même époque, on note une forte demande de la société, des scientifiques et de la sphère industrielle d'enseigner l'informatique pour tous, et est mis en place un enseignement d'informatique en spécialité de Terminale Scientifique (l'ISN mentionné plus haut). Ceci ne constituant qu'un premier pas, l'attente de la communauté informatique de création d'une discipline scolaire se matérialise dans un rapport de l'Académie des Sciences (2013) [**3**].

En 2016, à l'occasion de la réforme de l'école primaire et du collège, l'informatique apparaît dans les curriculums, dès l'école élémentaire. Au collège, l'enseignement d'informatique est réparti entre les disciplines mathématiques et technologie. Ceci donne lieu à un thème "Algorithmique et programmation" au cycle 4, basé sur l'initiation à

la programmation dans un langage de programmation par blocs, tel que Scratch [12]. En 2017, l'entrée au lycée de collégiens ayant suivi un enseignement d'informatique nécessite un aménagement des programmes de mathématiques de seconde, faisant explicitement entrer la programmation aux côtés de l'algorithmique, avec un ancrage dans les mathématiques. Les documents de 2017 préconisent alors sans le nommer, le langage de programmation Python. En 2017 est aussi créé un nouvel enseignement d'exploration en seconde, ICN (Informatique et création numérique), qui peut être poursuivi en première et terminale sous forme d'option. Par ailleurs, la même année, une spécialité "informatique" est créée au CAPES de mathématiques.

La réforme du lycée de 2019 généralise et rend explicite l'appui sur le langage Python en mathématiques dans le domaine "Algorithmique et Programmation". Alors qu'auparavant l'algorithmique était présente dans les programmes de mathématiques de toutes les filières, la réforme de 2019 restructure les mathématiques en enseignement de spécialité, limitant ainsi le public recevant cet enseignement d'algorithmique. Au même moment un enseignement de seconde intitulé "Sciences du Numérique et Technologie" est créé dans le tronc commun de seconde, ainsi qu'une spécialité "Numérique et Sciences Informatiques" en première et terminale. La spécialité NSI est encore proposée par peu d'établissements (8,1% des élèves de première l'ont choisi en 2019 et 3,7% en terminale en 2020) mais elle devrait prendre de l'ampleur dans les années à venir. 2019 marque aussi la création d'un corps d'enseignants d'informatique avec la création d'un CAPES "NSI" spécifique [13]. La création de la spécialité NSI au lycée n'a pas conduit à la disparition des contenus d'algorithmique des programmes de mathématiques, ce qui laisse penser que l'enseignement d'éléments d'algorithmique au sein des mathématiques pourrait avoir une certaine pérennité, en cohérence avec les évolutions des mathématiques déjà pointées dans le rapport de la CREM. Cependant, l'atomisation des disciplines résultant de la réforme du lycée ne semble pas très favorable à l'interdisciplinarité, et limite probablement le développement de liens entre mathématiques et NSI.

L'évolution est aussi visible en CPGE, dès la réforme de 2013. Elle crée en effet un enseignement d'informatique commun à chacune des trois filières MP, PC et PSI, qui a pour objectif d'apporter aux étudiants la maîtrise d'un certain nombre de concepts de base de l'algorithmique et de la programmation, à travers l'apprentissage du langage Python, auquel s'ajoute, pour les élèves de la filière MP, une option informatique d'approfondissement s'appuyant sur le langage Caml. L'évolution s'affirme dans la réforme actuelle avec la création de la filière MPI.

Comme le montrent ces changements curriculaires, on observe bien une évolution continue vers une intégration de l'algorithmique et de la programmation à l'enseignement dans laquelle les mathématiques jouent un rôle crucial. Cette évolution touche aujourd'hui tous les niveaux d'enseignement, et elle s'accompagne de l'installation dans le paysage éducatif de l'informatique comme discipline autonome, se distinguant plus nettement des mathématiques que précédemment.

12. `https://scratch.mit.edu/`
13. Entraînant la disparition de l'option informatique au CAPES de Mathématiques.

4. La commission Villani-Torossian et ses retombées

Les difficultés rencontrées par l'enseignement des mathématiques, attestées par les évaluations nationales comme internationales, la formation notoirement insuffisante dans cette discipline et sa didactique des professeurs des écoles dont seul un faible pourcentage (environ 15%) a une formation initiale scientifique, aggravée par la réforme de 2010 de la formation des maîtres, et l'action coordonnée de la communauté mathématique, ont d'abord conduit au lancement d'un plan spécial concernant cette discipline en décembre 2014, le plan « Stratégie Mathématiques » par la ministre de l'époque (Mme Najat Vallaud Belkacem) [14]. Ce plan, composé de 10 mesures articulées autour de trois grands axes (des programmes de mathématiques en phase avec leur temps, des enseignants mieux formés et mieux accompagnés pour la réussite de leurs élèves, une nouvelle image des mathématiques), n'a eu cependant que des effets limités.

Il a été abandonné avec l'alternance politique mais le nouveau ministre a décidé de créer une commission chargée de proposer des mesures concrètes pour améliorer l'enseignement des mathématiques. Cette commission, constituée de 21 membres aux profils divers, et présidée par Cédric Villani et Charles Torossian, a mené pendant plusieurs mois un grand nombre d'auditions croisant les points de vue et suggestions d'une multiplicité d'acteurs, recueilli un grand nombre de contributions sur un site dédié, puis rédigé un rapport structuré autour de 21 mesures principales publié en février 2018 et dont la qualité a été reconnue par la communauté [**149**]. Nous nous centrons dans cette présentation sur trois de ces mesures, dont l'implémentation a débuté dès le dernier trimestre de 2018. Il s'agit des mesures 14, 15 et 16 qui concernent la formation continue et le développement professionnel des enseignants :

14. Référent mathématiques: Développer la formation continue en mathématiques des professeurs des écoles. Dans chaque circonscription, favoriser le développement professionnel entre pairs et en équipe, et nommer un troisième conseiller pédagogique, "référent mathématiques".

15. Développement professionnel en équipe: Développer la formation continue des professeurs de mathématiques à l'échelle locale, dans une logique de confiance, entre pairs et en équipe ; promouvoir l'observation conjointe ; dégager un temps commun dans les emplois du temps ; identifier les personnes ressources.

16. Laboratoire de mathématiques: Expérimenter, financer et évaluer sous 3 ans, dès septembre 2018, dans au moins cinq établissements et un campus des métiers par académie, la mise en place de laboratoires de mathématiques en lien avec l'enseignement supérieur et conçus comme autant de lieux de formation et de réflexion (disciplinaire, didactique et pédagogique) des équipes.

En l'espace d'une année, 1228 référents mathématiques de circonscription (RMC) ont ainsi été nommés pour l'enseignement primaire, choisis principalement parmi les

14. `https://www.najat-vallaud-belkacem.com/2014/12/04/strategie-maths-le-dossier-de-presentation/`

conseillers pédagogiques de circonscription et une formation de 24 jours s'étalant sur deux ans, combinant des actions nationales et académiques, mise en place pour ces derniers. Un vadémécum a également été rédigé qui, après avoir précisé, dans une première partie, leurs missions et les changements souhaités pour la formation continue sous leur responsabilité, cadre cette formation [15]. Il est ainsi précisé qu'il est souhaité :

— une formation locale, décentralisée, dans la confiance et en temps long ;
— un travail basé autour d'un groupe de 6-8 professeurs des écoles ;
— un travail centré sur les contenus mathématiques abordés en profondeur, en vue d'une confrontation à la pratique de classe.

En 2019-2020, ces RMC ont accompagné 3168 constellations de 6 à 8 professeurs d'école, qui ont travaillé collaborativement sur des thématiques variées. Une dynamique semble effectivement enclenchée. Cependant, on constate aussi une grande hétérogénéité des situations, avec parfois des nominations de référents dont les profils sont inadaptés ou qui assument déjà de nombreuses charges, et également une disparité évidente des moyens accordés. Fin 2020, une nouvelle directive demande néanmoins de confier préférentiellement ces actions à des encadrants déjà en place (Conseillers pédagogiques) et assumant déjà des charges d'encadrement et des charges administratives.

Les trois mesures mettent l'accent sur le travail collaboratif des enseignants. Les laboratoires de mathématiques se veulent un support à cette collaboration, en favorisant aussi le contact avec l'enseignement supérieur. La mesure 16 qui préconise la création des laboratoires de mathématiques est une autre des mesures dont les effets sont aujourd'hui sensibles. En novembre 2020, le MEN recensait 240 laboratoires créés dans les lycées. Par ailleurs, l'extension du dispositif au collège a commencé et le MEN vise la création de 150 laboratoires en collège par an sur les trois prochaines années. Là encore, les situations sont diverses et il est difficile de savoir dans combien de ces laboratoires le travail ne se résume pas à des préparations communes de cours ou d'évaluations. Cependant le soutien du réseau des IREM, l'investissement de la communauté mathématiques avec le soutien de l'INSMI (Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions) au CNRS sont des appuis essentiels [16]. On peut craindre néanmoins l'effet négatif des perturbations engendrées par la réforme des lycées et la situation pandémique, ainsi que de l'aspect très descendant de la mise en œuvre des recommandations de la commission Villani-Torossian.

5. Commentaires et réflexions

Comme on le voit, le système éducatif français a été soumis, ces vingt dernières années, à d'intenses mouvements de réforme curriculaire qui tous ont impacté, plus ou moins directement, l'enseignement des mathématiques. Ils ont touché les structures, l'organisation de l'enseignement, les programmes, l'évaluation, la formation des maîtres. Ils ont affiché des ambitions a priori louables et récurrentes : lutter contre

15. `https://eduscol.education.fr/1466/referents-mathematiques-de-circonscription-rmc`

16. Sous l'égide de l'INSMI par exemple, 77 formations ont été proposées en 2019-2020 mais, en particulier du fait de la crise sanitaire, seules 35 ont pu avoir lieu.

l'échec scolaire, adapter l'école à l'évolution du monde, changer l'image de l'enseignement professionnel, lutter contre la hiérarchie entre filières..., mais ils ont été aussi soumis aux aléas politiques et à la précipitation qui en résulte. Elle conduit à réformer sans se donner les moyens d'évaluer sérieusement les effets des actions précédentes, ni même parfois de les laisser réellement se mettre en place, sans anticiper suffisamment sur les effets possibles, sans organiser des accompagnements suffisants, dans la durée, sans concertation réelle avec les enseignants [**5**]. La réforme en cours du lycée et les inquiétudes légitimes qu'elle nourrit en témoignent. Son tronc commun est fortement déséquilibré au profit des humanités et les mathématiques ont de plus du mal à vivre dans les deux heures d'enseignement scientifique qui y sont incluses. La diversité des choix et l'hétérogénéité des connaissances des élèves rassemblés dans l'enseignement de spécialité ou celui de mathématiques complémentaires rendent, paradoxalement, plus difficiles les interactions entre disciplines, alors même que le dispositif des TPE, l'option MPS disparaissent. Dans le même temps, on voit cependant, se dégager des lignes d'évolution continues et concernant, avec une cohérence évidente, les différents niveaux d'enseignement, qu'il s'agisse de l'algorithmique plus particulièrement développée dans cette présentation, mais aussi du domaine des statistiques et probabilités, ou encore de l'attention portée aux interactions entre les mathématiques et les autres disciplines et par voie de conséquence à la modélisation. On voit aussi, dans le travail d'écoute et de synthèse de la mission Villani-Torossian, dans le volontarisme à l'œuvre dans l'implémentation de certaines des mesures, une mobilisation, une énergie déployées, qui essaient de transcender les difficultés et sont porteuses d'espoir. C'est une situation qui peut paraître paradoxale mais reflète sans aucun doute, outre la complexité des situations, l'engagement fort de la communauté mathématique au sens large dans les questions d'enseignement, et également sa résilience.

Annexe : Programmes actuels

Ecole maternelle. (J.O. du 12-3-2015)
`https://www.education.gouv.fr/pid25535/bulletin_officiel.html?cid_bo=86940#ecole`
Note de service n° 2019-085 du 28-5-2019
`https://www.education.gouv.fr/pid285/bulletin_officiel.html?cid_bo=142291`

Ecole élémentaire et collège.
Cycle 2 – version incluant au BOEN spécial du 11 au 26 novembre 2015, les nouvelles dispositions publiées au BOEN n°30 du 26 juillet 2018 :
`https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/0/Cycle_2_programme_consolide_1038200.pdf`
Cycle 3 (idem) :
`https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/2/Cycle_3_programme_consolide_1038202.pdf`
Cycle 4 (idem) :

https://cache.media.eduscol.education.fr/file/programmes_2018/20/4/Cycle_4_programme_consolide_1038204.pdf

Lycée général et technologique. Les programmes de mathématiques en seconde générale et technologique, en première technologique, de spécialité en première générale sont définis par arrêtés du 17-1-2019 publiés au BO spécial n° 1 du 22 janvier 2019.
Les programmes de mathématiques en terminale technologique, de spécialité et optionnels en terminale générale sont définis par arrêtés du 19-7-2019 publiés au BO spécial n° 8 du 25 juillet 2019. Ces programmes sont entrés en vigueur en seconde et première à la rentrée 2019 et en terminale à la rentrée 2020
Seconde :
https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/95/7/spe631_annexe_1062957.pdf
Première technologique :
https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/53/0/spe630_annexe_1063530.pdf
Terminale technologique :
https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/91/4/spe242_annexe_1158914.pdf
Spécialité mathématiques de première générale :
https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/16/8/spe632_annexe_1063168.pdf
Spécialité mathématiques de terminale générale :
https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/90/7/spe246_annexe_1158907.pdf
Option mathématiques complémentaires de terminale générale :
https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/13/4/spe265_annexe_1159134.pdf
Option Mathématiques expertes de terminale générale :
https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/82/5/spe264_annexe_1158825.pdf
Programme de l'enseignement scientifique de tronc commun
Classe de première :
http://cache.media.education.gouv.fr/file/SP1-MEN-22-1-2019/13/4/spe573_annexe_1063134.pdf
Classe de terminale :
https://cache.media.education.gouv.fr/file/SPE8_MENJ_25_7_2019/84/7/spe241_annexe_1158847.pdf

Lycée professionnel. Les nouveaux programmes de mathématiques pour le certificat d'aptitude professionnelle (CAP) et pour la seconde professionnelle sont définis par arrêté du 3 avril 2019 publiés au BO spécial n° 5 du 11 avril 2019. Pour la première et la terminale professionnelle, ils sont définis par arrêté du 3 février 2020 publié au BO

spécial n° 1 du 6 février 2020. Ils sont entrés en vigueur à la rentrée 2019 en première année de CAP et en seconde professionnelle, à la rentrée 2020 en deuxième année de CAP et en première professionnelle, à la rentrée 2021 en terminale professionnelle.
CAP :
https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP5-MEN-11-4-2019/61/9/spe629_annexe_1104619.pdf
Classe de seconde professionnelle :
https://cache.media.education.gouv.fr/file/SP5-MEN-11-4-2019/26/8/spe628_annexe_1105268.pdf
Classe de première professionnelle :
https://www.education.gouv.fr/sites/default/files/imported_files/document/spe003_annexe1_1239841.pdf
Classe de terminale professionnelle :
https://www.education.gouv.fr/sites/default/files/imported_files/document/spe003_annexe2_1239843.pdf

Description du système scolaire (Eurydice).
https://www.education.gouv.fr/eurydice-reseau-europeen-sur-les-systemes-educatifs-3182

III Formation des enseignants

La lecture du référentiel des compétences nombreuses et variées attendues d'un enseignant [**129**] suffit à se convaincre que la formation des enseignants est un processus complexe, nécessitant de trouver un point d'équilibre et une synergie entre des facettes de la formation, qui peuvent être très différentes. En France, l'exercice est compliqué par une certaine instabilité administrative : la formation des enseignants est régulièrement réformée. Nous tenterons ici de présenter la formation initiale des enseignants puis d'expliquer les raisons de son instabilité. Nous terminerons avec une description succincte de ce qui se fait en pré-professionnalisation et en formation continue, et évoquerons la formation des enseignants du supérieur.

1. Les invariants de la formation initiale

Pour devenir enseignant il faut réussir un concours de recrutement, national ou académique, correspondant au métier envisagé. Les lauréats du concours exercent comme fonctionnaires stagiaires pendant une année à l'issue de laquelle ils peuvent être titularisés et devenir fonctionnaires. La possibilité de s'inscrire à un concours ou d'être titularisé est liée à l'obtention d'un certain niveau de diplomation.

Après une présentation des acteurs institutionnels, nous décrirons les différents métiers qui permettent d'enseigner les mathématiques, les concours qui y donnent accès et les diplômes nécessaires.

1.1. Les acteurs institutionnels. À l'échelle nationale, la formation des enseignants est sous la tutelle de deux ministères : le ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports (MENJS), et le ministère de l'enseignement supérieur, de la recherche et de l'innovation (MESRI).

La France est divisée en académies. Dans chaque académie, les acteurs de la formation des enseignants sont les rectorats et les universités. Le recteur représente les deux ministères pour toutes les questions relatives à l'enseignement et à la formation. Les universités (il peut y en avoir plusieurs dans chaque académie) sont en principe indépendantes (elles maîtrisent leurs politiques d'emploi dans la limite de leur masse salariale), mais sont financées principalement par le MESRI qui veille au respect du cadre réglementaire et peut aussi orienter leurs politiques via des plans de financement spécifiques.

La formation des enseignants est nécessairement à la croisée du monde de l'université, d'où viennent les étudiants, et de celui du rectorat, futur employeur. École, institut national ou universitaire, intégrée ou extérieure à l'université, la composante au sein de laquelle se réalise cette collaboration est transformée au gré des incessantes réformes. Actuellement, ce rôle est confié aux INSPE (institut national supérieur du professorat et de l'éducation). Il y a un INSPE par académie, il est composante d'un établissement universitaire et travaille en étroite collaboration avec le rectorat et les autres universités de l'académie.

Trouver le bon équilibre entre les acteurs nationaux et les acteurs locaux, décider comment structurer la collaboration au sein de l'académie, répartir des moyens humains et financiers, sont des enjeux que l'on retrouve au cœur des réformes.

1.2. Les métiers. Jusqu'au baccalauréat, il y a 3 catégories de professeurs susceptibles d'enseigner des mathématiques, qui dépendent du type d'établissement dans lequel ils enseignent (on se référera à la figure 1 dans le chapitre II) :

— les professeurs des écoles, qui enseignent dans le premier degré, c'est-à-dire à l'école primaire (maternelle et élémentaire),
— les professeurs des lycées et collèges, qui enseignent au collège ou dans les filières générales et technologiques du lycée,
— les professeurs des lycées professionnels.

1.3. Les concours. À ces différents métiers, correspondent des concours :

— le CRPE (concours de recrutement de professeur des écoles),
— le CAPES (certificat d'aptitude au professorat de l'enseignement du second degré) et sa déclinaison pour enseigner dans l'enseignement privé, le CAFEP,
— le CAPLP (certificat d'aptitude au professorat de lycée professionnel),
— l'agrégation est aussi un concours de recrutement d'enseignants du secondaire mais il a un statut différent des 3 précédents et permet en plus d'enseigner dans les licences de mathématiques ou les classes préparatoires aux grandes écoles.

Le CRPE est académique (un sujet par académie, les candidats passent le concours dans une académie et s'ils le réussissent, il seront affectés dans cette académie) et les 3 autres concours sont nationaux. Tous ces concours comportent une série d'épreuves écrites et une série d'épreuves orales auxquelles on accède si l'on a réussi les premières. La description que nous en donnons ici fait référence au cadrage des concours en vigueur à partir de la session 2022 [**24**].

Le CRPE porte sur les différentes disciplines que les professeurs des écoles devront enseigner. Les candidats doivent maîtriser et avoir du recul sur les programmes de l'école primaire et du collège. Les maths et le français sont les disciplines les plus importantes, présentes à l'écrit et à l'oral. À l'écrit, les candidats doivent aussi choisir une épreuve relevant de l'un des trois domaines suivants : sciences et technologie, histoire- géographie-enseignement moral et civique, ou arts. À l'oral, il y a aussi une épreuve d'éducation physique et sportive, intégrant la connaissance scientifique du développement et la psychologie de l'enfant.

Le CAPES est bien sûr centré sur les mathématiques. À l'écrit, une des épreuves est purement disciplinaire alors que l'autre se veut plus professionnelle : elle porte sur la conception de séances d'enseignement, élaborées à partir de documents fournis aux candidats et comprend aussi une question d'histoire. À l'oral, il y a une épreuve de leçon et un entretien de motivation. Les candidats doivent maîtriser et avoir du recul sur les mathématiques enseignées dans le secondaire. Il existe un programme complémentaire pour la première épreuve écrite : il s'agit de mathématiques qui sont abordées pendant les deux premières années de licence (analyse, algèbre, probabilités et statistique) plus

une partie de géométrie qui est plutôt étudiée en troisième année. L'usage des outils numériques est encouragé, et particulièrement important pour l'épreuve de leçon.

Le CAPLP est organisé de la même façon mais l'épreuve disciplinaire à l'écrit et la leçon à l'oral sont en deux parties : une pour les mathématiques et une pour la physique et la chimie.

Les épreuves de l'agrégation sont très disciplinaires et le programme abordé relève d'une première année de master en mathématiques fondamentales. L'obtention de ce concours garantit une bonne connaissance des bases mathématiques en algèbre, analyse probabilités et statistique, mais la part de la géométrie affine est réduite. Sans être obligatoire, l'agrégation est un atout lors des recrutements d'enseignants chercheurs à l'université.

1.4. Les diplômes. L'inscription à ces concours et la titularisation des lauréats sont soumises à une condition de diplôme qui a évolué au cours du temps. Depuis 2010, un diplôme de master ou de niveau équivalent est exigé pour tous les concours cités ci-dessus. L'articulation entre le master le concours, en terme de contenu et de calendrier, est un autre enjeu des réformes successives.

Le diplôme standard pour passer le CRPE, le CAPES ou le CAPLP est le master MEEF (métiers de l'enseignement de l'éducation et de la formation) qui se décline en 4 mentions : *Premier degré*, *Second degré*, *Encadrement éducatif*, et *Pratique et ingénierie de la formation*. Nous nous intéresserons aux deux premières car c'est là qu'il y a des enseignants qui enseignent des mathématiques.

Mais il peut également s'agir d'un diplôme disciplinaire. Ainsi, les étudiants et les éudiantes qui envisagent de passer l'agrégation s'inscrivent en général dans un master de mathématiques.

Enfin, il y a les candidats en reconversion professionnelle. Dans le second degré, ce sont essentiellement des ingénieurs qui veulent devenir enseignants. Ils représentent une part non négligeable des lauréats du CAPES [1]. Dans le premier degré, ils sont plus nombreux et l'éventail des professions exercées auparavant est plus large [2].

1.5. La formation. Comment devient-on enseignant ? Étudiant, on accumule des connaissances, souvent organisées autour d'une discipline précise. En mathématiques, il s'agit de connaissances théoriques, centrées sur l'algèbre et l'analyse, où l'enseignement de la géométrie peine à trouver sa place. Un enseignant, au delà de ce qu'il a ainsi appris, doit maîtriser les savoirs à enseigner, et réfléchir à la façon de les enseigner. Il doit aussi être capable de réfléchir à sa pratique, et de se poser des questions dont il cherche les réponses, par lui même, auprès de ses collègues ou dans la littérature d'interface, voire la littérature de recherche.

---

1. Une enquête menée auprès des fonctionnaires stagiaires trois années de suite à l'ESPE du Languedoc-Roussillon de 2016 à 2019 avait permis de recenser qu'environ 20 % des fonctionnaires stagiaires du parcours *Mathématiques* étaient des ingénieurs en reconversion

2. La même enquête avait permis de recenser environ 50 % de fonctionnaires stagiaire en reconversion dans la mention *Premier degré*

Un des objectifs des masters MEEF est d'initier cette évolution. La formation doit donc apporter des éléments disciplinaires, didactiques, pédagogiques, combiner les apports théoriques avec la pratique effective de la classe, et initier aux méthodes de la recherche.

Sur le plan disciplinaire, il faut prendre en charge la seconde transition de Klein [**153**], c'est-à-dire le transfert des connaissances mathématiques acquises à l'université en des connaissances utiles pour enseigner dans le primaire ou le secondaire. Cette transition nécessite une prise de recul sur les connaissances académiques, il faut du temps [3], et ce d'autant plus qu'une grande partie des étudiants qui entrent dans le master sont encore fragiles sur le plan disciplinaire, particulièrement en mathématiques.

Pour les futurs professeurs des écoles, la question de la formation disciplinaire se pose différemment car ils devront enseigner beaucoup de disciplines très différentes. Les mathématiques et le français restent les disciplines les plus importantes, mais la même personne doit aussi enseigner les sciences, les arts, l'histoire et la géographie, l'éducation physique et sportive....

L'enseignement en lycée professionnel a des spécificités souvent mal connues des étudiants, auxquelles il faut les préparer en formation. Les enseignants de math-sciences doivent mener de front les deux disciplines et la réforme récente de la voie professionnelle impose des moments de co-intervention avec les disciplines liées à la spécialité professionnelle. C'est une façon d'enseigner à laquelle il faut se préparer.

Pour que la formation s'appuie sur de la pratique, il faut faire des stages dans des classes, au cours desquels les étudiants passent progressivement du rôle d'observateur à celui d'enseignant en pleine responsabilité. Leur progression est accompagnée par un tuteur, présent dans la classe, mais aussi par des cours à l'université leur apportant un appui didactique et pédagogique.

Les futurs enseignants ont également besoin de se former sur des sujets aussi variés que la connaissance du fonctionnement d'un établissement, l'égalité entre les hommes et les femmes, la laïcité, l'inclusion des publics à besoins particuliers, l'autorité, et relevant de différents domaines tels que la psychologie et la sociologie.

Enfin, la formation comporte une initiation à la recherche, dans le cadre de la réalisation d'un mémoire sur une question relative à l'enseignement. La réflexion doit s'appuyer à la fois sur des lectures d'articles et d'ouvrages et sur des expérimentations dans les classes.

Les deux années du master suffisent difficilement à faire tout cela. Elles permettent seulement d'initier la transformation de l'étudiant en enseignant, c'est pourquoi il est important qu'elles donnent à ceux qui les suivent le goût de poursuivre dans cette voie. Il faudrait alors que la formation continue prenne le relais, pour les accompagner tout au long de leur carrière. Nous y reviendrons.

---

3. En ce sens, il est appréciable que presque tout le programme du CAPES repose sur le programme de la seconde année de licence, mais la géométrie affine, très importante pour le collège, est souvent concentrée en L3.

Cette formation aux multiples facettes nécessite que les équipes pédagogiques rassemblent des formateurs ayant des compétences et des statuts variés : les enseignants universitaires, les enseignants chercheurs en mathématiques ou en didactique, les formateurs en poste dans l'éducation nationale qui interviennent dans la formation à l'université et ceux qui accueillent les étudiants dans leur classe. Toutes ces personnes doivent se rassembler et réfléchir ensemble à la façon de bâtir la formation.

C'est la création des ESPE qui a nécessité la mise en place de ces équipes pédagogiques dites «plurielles» alors que, auparavant, les aspects disciplinaires et professionnels de la formation étaient séparés. Les équipes ont dû apprendre à travailler ensemble, trouver leur cohérence et leur équilibre, ce qui a pris un peu de temps, variable en fonction des disciplines. En mathématiques la transformation s'est faite assez facilement : nous avions déjà l'habitude de nous rencontrer entre enseignants de tous niveaux (primaire, secondaire et universitaire) et inspecteurs, en partie grâce aux IREM, et aussi grâce à la présence de chercheurs en didactique et en épistémologie des mathématiques dans les départements de mathématiques des universités : enseignant aux mêmes étudiants, nous avions déjà commencé à collaborer.

1.6. L'agrégation. L'agrégation est un concours d'un niveau disciplinaire élevé, qui permet d'enseigner dans le secondaire mais aussi dans le supérieur, à l'université ou dans les classes préparatoires aux grandes écoles. Historiquement, s'ils enseignent dans le secondaire, les agrégés sont plutôt affectés au lycée, et ils ont un service réduit car il sont censés prendre plus de responsabilités dans les équipes pédagogiques. Néanmoins, ceci n'est pas une règle générale. Certains professeurs agrégés exercent en collège et de nombreux professeurs certifiés sont affectés en lycée.

Suivre un master MEEF à l'issue d'une licence de mathématiques ne permet pas aux étudiants de réussir l'agrégation. Il faut faire un master de mathématiques, et certaines universités ont des parcours dédiés à la préparation de l'agrégation. Une solide formation mathématique est un atout pour enseigner cette discipline, mais ceci n'est pas suffisant. Il est nécessaire de se former pour convertir les connaissances universitaires en connaissances à enseigner. Or cet aspect n'est pas pris en compte actuellement ni dans le concours, ni dans la formation dans le cadre des masters disciplinaires ou des préparations dédiées.

2. D'incessantes réformes

La mise en œuvre de la formation des enseignants est compliquée parce qu'elle demande de faire converger les énergies dans un milieu animé par des forces multiples et parfois antagonistes. Il faut par exemple articuler une logique de concours avec une logique de formation, ou faire coopérer une multiplicité d'acteurs qui peuvent se trouver placés par ailleurs dans une situation de concurrence (la structuration administrative nous amène parfois à nous partager des heures ou des moyens dans des conditions difficiles). À la recherche de la meilleure solution possible, les gouvernements successifs accumulent les réformes, mais les difficultés se déplacent sans jamais disparaître. L'instabilité elle-même pourrait bien devenir, *in fine*, l'obstacle principal à la réussite de cette mise en œuvre.

2.1. Survol historique. Commençons en 2010 avec la réforme dite « de mastérisation ».

Avant cette réforme, la formation des enseignants se faisait dans les IUFM, instituts universitaires de formation des maîtres. Malgré leur nom, à leur création en 1991 ils n'étaient pas intégrés dans les universités. Cette intégration s'est faite en 2007. Pour s'inscrire au concours, il fallait disposer d'un diplôme de niveau bac +3, mais la préparation au concours et l'année de stage qui suivaient n'étaient pas associées à un diplôme.

C'est ce qui a changé avec la réforme de 2010 : en accord avec le processus de Bologne, la formation des enseignants devait désormais se faire au sein d'un master. Ces masters se sont faits dans les IUFM pour le premier degré, en collaboration entre les composantes disciplinaires et les IUFM pour le second degré. Le concours avait lieu pendant la seconde année du master. Si l'organisation de la formation laissait la part belle au disciplinaire et à la didactique, la faible durée des stages en établissement maintenait cette formation éloignée du terrain. L'année suivant le concours, les nouveaux enseignants démarraient directement à plein temps dans les classes. Ils bénéficiaient d'un accompagnement très limité qui ne permettait pas de combler les besoins. Leur entrée dans le métier pouvait être très difficile.

En 2013, la création des ESPE (école supérieure du professorat et de l'éducation), et des masters MEEF relevait d'une volonté d'uniformiser la formation sur le territoire et de renforcer la collaboration entre les forces présentes dans les anciens IUFM, les composantes disciplinaires des universités et le rectorat. Le concours a été positionné en M1. Une fois réussie la première année du master et le concours, les étudiants effectuaient leur année de stage pendant le M2 : payés sur la base d'un plein temps, ils étaient à mi-temps en responsabilité dans les classes et à mi-temps en cours à l'université. Ils devaient réaliser un mémoire sur une thématique professionnelle. C'était une année très chargée, mais elle permettait que le mémoire et les cours de didactique et de pédagogie s'appuient sur la pratique en classe.

En 2020, les ESPE ont été transformées en INSPE (institut national supérieur du professorat et de l'éducation), et ce discret changement d'intitulé affiche la volonté du ministère d'intervenir d'avantage dans la formation. Un des objectifs annoncés était de proposer une formation homogène, sur tout le territoire. Mais les conditions dans lesquelles cette réforme a été menée (dans une urgence qui a limité la concertation) n'ont pas permis de réaliser cette uniformisation. Le concours sera de nouveau placé en deuxième année du master ce qui rendra cette année très difficile : il faudra en même temps préparer le concours, faire un stage et réaliser un mémoire. C'est avec une certaine inquiétude pour nos étudiants que nous abordons ce nouveau dispositif.

2.2. Articuler master et concours. L'articulation du diplôme et du concours est donc un des paramètres de la formation qui est modifié à l'occasion de chaque réforme. Le fait que le concours oscille entre le M1 et le M2 nous oblige à gérer des années de transition, parfois avec deux concours pour une même cohorte d'étudiants, et parfois avec deux concours la même année.

De plus, l'articulation administrative, qui consiste à fixer le niveau de diplôme exigible pour pouvoir passer le concours, ne doit pas faire oublier l'articulation des

contenus et des objectifs : les deux années de formations en master MEEF se terminent par un concours, il est inévitable que la préparation au concours pilote la formation. Alors que les documents de cadrage pour la formation et pour le concours devraient être élaborés en même temps pour constituer un ensemble cohérent, le ministère publie à un an d'intervalle des documents qui peuvent diverger fortement sur certains points. Par exemple, dans le premier degré, la part réservée aux mathématiques et au français est bien plus importante dans la formation que dans les concours et les équipes pédagogiques s'inquiètent de la façon dont elles pourront accompagner les étudiants dans ces conditions.

3. Le continuum : de la pré-professionnalisation à la formation continue

La dernière réforme de la formation des enseignants insiste sur le *continuum* : la formation commence en licence, avec la pré-professionalisation et doit se poursuivre au moins 3 ans après la titularisation.

3.1. Avant le master : la pré-professionalisation. Destinée aux étudiants de licence, la pré-professionnalisation peut aller d'une simple découverte du métier pour ceux qui suivent un cursus disciplinaire classique, à une formation entièrement dédiée pour ceux qui sont sûrs de leur vocation d'enseignant.

Les universités peuvent ajouter quelques UE (unités d'enseignement) de sensibilisation à l'enseignement dans les parcours disciplinaires classiques, par exemple des UE comportant des stages (dans le primaire ou dans le secondaire) ou pour ceux qui envisagent de devenir professeur des écoles, des disciplines complémentaires, par exemple, dans les licences de lettres, des cours de mathématiques.

Il existe aussi des parcours de licence dédiés à la formation des futurs professeurs des écoles : des licences dites pluridisciplinaires ou les licences de sciences de l'éducation. Elles peuvent démarrer dès le L1 ou seulement en L3. Démarrer en L3 est un choix administrativement compliqué, mais il permet d'accueillir des étudiants qui ont suivi un véritable cursus scientifique pendant 2 ans et qui ont mûri leur projet de devenir professeur des écoles. Ils ont de fortes chances de réussir le CRPE et viennent étoffer les rangs encore trop clairsemés des professeurs des écoles ayant un profil scientifique.

Citons enfin la toute dernière création du ministère : les parcours préparatoires au professorat des écoles (PPPE). Destinés aux étudiants qui sont sûrs de vouloir devenir professeur des écoles, ces parcours de licence sont réalisés en partenariat entre les universités et les rectorats. Une partie des cours a lieu à l'université dans le cadre d'une licence, et l'autre partie est faite en lycée. Le projet démarre à la rentrée 2021, avec un parcours pilote dans chaque académie, et il est destiné à se développer. Enchainant les masters à la licence, les étudiants s'engagent donc pour 5 ans, à l'issue desquels ils devront passer un concours. Nul doute que les lauréats seront très bien formés, mais il faut aussi s'interroger sur le devenir de ceux qui échoueraient.

3.2. À l'entrée du master : les AED en pré-professionnalisation. Initié en septembre 2019, le dispositif des assistants d'éducation en pré-professionnalisation consiste à engager sur des contrats de 3 ans des étudiants de deuxième année de licence et à

leur confier des tâches d'enseignement dans un établissement, ces tâches évoluant de la pratique accompagnée vers une prise de responsabilité annoncée comme ponctuelle. La rémunération est correcte et cumulable avec les bourses. Le dispositif peut donc être attractif s'il ne devient pas un obstacle à la réussite universitaire des étudiants, ce qui dépend des conditions concrètes de mise en œuvre (lieu d'exercice, emplois du temps...). Malheureusement, ces tâches ne sont pas suffisamment cadrées au niveau national. Quelques problèmes étaient déjà apparus en L2 et L3 qui vont s'aggraver avec l'arrivée de la première cohorte d'AED en première année de master MEEF, à la rentrée 2021. Nombre d'étudiants pourraient se retrouver avec une charge d'enseignement incompatible avec leurs études.

Ce dispositif fait suite à plusieurs tentatives qui ont toutes échoué car, si elles offrent l'occasion d'une expérience pratique en établissement, elles ne créent pas les conditions propices d'un pré-recrutement permettant à des étudiants de réussir leurs études et de se former sereinement.

3.3. Après les masters : la formation continue. Nous l'avons dit, les deux années de master ne suffisent pas pour bien former les enseignants, il faut absolument continuer après les concours. Une formation est effectivement prévue pendant l'année de stage et les premières années d'exercice du métier. Les rectorats sont censés l'organiser, avec la collaboration des établissements universitaires, mais les contours et le volume ne sont pas encore définis et toute l'énergie disponible est (pour le moment) consacrée à la mise en place des nouvelles maquettes de master MEEF. Il est donc trop tôt pour en parler. L'enjeu est particulièrement important pour les candidats qui réussiraient le concours sans être passés par un master MEEF, par exemple les agrégés ou les candidats en reconversion professionnelle.

Par rapport à ce qui se fait dans des pays comparables, le volume de la formation continue en France est très faible et son contenu pas toujours pertinent. Depuis deux ans, le ministère annonce des réformes en faveur d'une offre de formation continue plus importante et plus en adéquation avec les besoins exprimés par les enseignants. Les mathématiques bénéficient déjà de quelques mesures concrètes, mises en place suite à la publication du rapport Villani-Torossian : travail en constellation dans le primaire et création des Labomaths dans le secondaire[4]. Elles bénéficient aussi de l'existence du réseau des IREM qui est, depuis plus de 50 ans, un acteur essentiel et fédérateur de la formation continue en mathématiques. Nous renvoyons le lecteur au chapitre V de ce texte.

4. Devenir enseignant dans le supérieur

Il pourrait paraître surprenant de penser que les enseignants-chercheurs de mathématiques recrutés après des études poussées en mathématiques, le plus souvent titulaires d'un doctorat en mathématiques, puissent avoir besoin de formation. En France, depuis

4. `https://eduscol.education.fr/1469/laboratoires-de-mathematiques` ; on trouvera des détails sur le rapport Villani-Torossian [**149**] et les mesures dont il est question ici dans la section 4 du ch. II.

l'année universitaire 2018-2019, les enseignants nouvellement recrutés, qui sont stagiaires pendant une année universitaire, doivent obligatoirement suivre une formation pour une durée correspondant au sixième de leur obligation de service (typiquement 192 h annuelles équivalent TD) et ne peuvent pas effectuer d'enseignement supplémentaire pendant cette période. Ils peuvent ensuite poursuivre cette formation sur une base volontaire au cours des 5 années suivantes, pour une durée correspondant sur la période à un sixième du service annuel, soit 32h équivalent TD. La formation vise l'approfondissement des compétences pédagogiques. Selon les cas, certains nouveaux recrutés ont suivi une formation à l'enseignement pendant leurs études doctorales, mais ceci n'est pas obligatoire. Il s'agit donc dans certains cas d'une initiation plutôt que d'un approfondissement. D'une manière générale, les formations dispensées ne sont pas spécifiques du ou des domaines disciplinaires dans lesquels les enseignants chercheurs vont dispenser leurs enseignements. De ce fait, ils ne répondent que partiellement aux défis auxquels sont confrontés les enseignants chercheurs. Ceci est une situation assez générale dans de nombreux pays comme le soulignent Winslow et al. [**155**, p. 60] qui ajoutent que l'on dispose de résultats substantiels de la recherche pour nourrir des formations relevant les défis auxquels sont confrontés les enseignants universitaires en mathématiques.

> « The majority of UMTE [University Mathematics Teacher Education] programmes seem not to focus on specific whole courses in mathematics such as calculus or linear algebra, but to address more general levels such as inquiry-based learning in mathematics. However, research in UME [University Mathematics Education] – for example on calculus – has been very substantial and could, in the future, be used for designing specific courses on "teaching calculus" for UMTE that take this knowledge into account ».

Transférer les résultats des recherches en didactique des mathématiques universitaires à destination des enseignants universitaires en mathématiques est donc aujourd'hui un enjeu important. C'est un des objectifs de la revue bilingue Français-Anglais EpiDEMES (Épijournal de Didactique et Epistémologie des Mathématiques pour l'Enseignement Supérieur, `https://epidemes.episciences.org/`) qui vise à diffuser les travaux de recherche conduits en France au sein du GDR DEMIPS (Didactique et Epistémologie des Mathématiques, liens avec l'Informatique et la Physique, dans le Supérieur) et au niveau international, notamment ceux conduits au sein du réseau INDRUM (International Network for Didactic Research in University Mathematics). La revue EpiDEMES vise à constituer une base de données pour nourrir la formation initiale et continue des enseignants de mathématiques du supérieur. Les premiers numéros devraient paraître d'ici la fin de l'année 2021 [5].

5. Conclusion : garder un cap

Le changement récurrent a un effet négatif sur les formations : à peine les équipes pédagogiques ont-elles le temps d'analyser un système de formation, d'en comprendre

5. À ce sujet, voir la section 3 du chapitre IV

les atouts et les difficultés et de s'y adapter, qu'une nouvelle réforme est annoncée. Il faut refaire des maquettes, à partir de consignes qui ne sont pas toujours claires, mais toujours dans l'urgence. Les équipes pédagogiques sont constituées de personnes appartenant à des institutions différentes et les structures administratives ne facilitent pas toujours les collaborations. L'urgence et la fatigue non plus. La variété des équipes pédagogiques est pourtant un atout précieux pour la formation, à condition qu'elles disposent de temps : le temps de la réflexion est essentiel, tout comme celui de la collaboration.

En mathématiques, nous pouvons nous appuyer sur les compétences et les savoir-faire développés depuis plusieurs décennies tant au niveau local qu'au niveau national, notamment au sein des deux commissions inter-Irem : la COPIRELEM pour le premier degré et la CORFEM pour le second degré [6]. Cette réflexion collective, avec tous les acteurs de la formation, est un enjeu essentiel dont on peut espérer qu'il contribue à garder un cap.

6. On trouvera des détails dans le chapitre V

IV Recherche en didactique des mathématiques

1. Recherche en didactique des mathématiques en France : thèmes émergents

La présentation de la tradition didactique française en mathématiques lors de la conférence ICME-13 (Artigue et al. 2019, [**9**]) a rappelé l'histoire de son émergence, en soulignant en particulier le rôle joué par les IREM. Ceux-ci ont notamment conduit au développement d'une recherche qui entretient des liens forts avec les mathématiques et les mathématiciens (voir le chapitre V, en particulier la section 2.3). Artigue et al. 2019 ont également montré l'importance des théories dans la tradition française. Les développements ultérieurs de la recherche sur l'enseignement des mathématiques en France s'inscrivent toujours dans cette tradition. De nouveaux thèmes ont été développés, ou du moins ont attiré plus d'attention, nous en donnons quelques exemples ci-dessous.

— Évaluation : Les méthodes d'évaluation formative et sommative et leur impact ont été étudiés dans le cadre de projets nationaux et européens, et des modèles pour une étude didactique de l'évaluation ont été proposés ([**62**], [**135**], [**37**]) ;
— Algorithmique : Comme dans plusieurs autres pays, en France les réformes des programmes officiels ont introduit l'étude de l'algorithmique au sein de l'enseignement des mathématiques à tous les niveaux scolaires. Cela a donné lieu à des études concernant cette évolution, ses conséquences, mais aussi plus généralement les liens entre les mathématiques et l'informatique (e.g. [**49**], [**94**]) ;
— Pratiques des mathématiciens : Les didacticiens français se sont intéressés aux pratiques des mathématiciens (prouver, modéliser, etc.), comme leviers de compréhension de l'activité mathématique. De nouveaux travaux émergent pour étudier les pratiques de recherche des mathématiciens mais aussi des chercheurs d'autres sciences liées (comme la physique, les sciences de la vie, l'informatique) (e.g. [**55**], [**64**], [**156**]).
— Élèves à besoins spécifiques : certaines recherches en France traitent de l'enseignement des mathématiques et de l'éducation spécialisée en mettant l'accent sur les connaissances mathématiques en tant que contenu central dans l'enseignement à des élèves présentant des troubles cognitifs (e.g. [**11**]). Les élèves à besoins spécifiques (troubles de l'apprentissage des mathématiques, dyspraxie) et les interventions de remédiation en classe sont également étudiés (e.g. [**121**], [**120**], [**122**]).
— Structuration de cadres théoriques, tels que les Espaces de Travail Mathématiques (ETM)([**90**]). Le cadre des ETM peut être mobilisé à tous les niveaux scolaires ; il a particulièrement été utilisé à propos de l'analyse au niveau universitaire (sur des notions telles que la convergence, l'optimisation, la modélisation [**106**]). Un focus est également fait sur les élèves ingénieurs avec le développement d'une base de données d'exercices en ligne [**59**]. Les ETM ont donné lieu à des collaborations internationales (Chili, Allemagne et Mexique par exemple).

En outre, plusieurs chercheurs se sont penchés sur (1) les questions liées au travail collectif des enseignants, en se concentrant sur les interactions entre les enseignants et les ressources ; (2) les questions liées à l'enseignement des mathématiques au supérieur. Nous avons choisi pour cette présentation de développer ces deux thèmes.

2. L'étude du travail documentaire collectif des enseignants

Le travail collectif des enseignants fait l'objet de recherches en didactique des mathématiques depuis de nombreuses années, et a récemment été le sujet d'une étude ICMI (ICMI Study 25, *Teachers of Mathematics Working and Learning in Collaborative Groups* [1]). En France, des travaux se sont développés sur différentes formes de travail collectif : dans des établissements, au sein de formations, dans des groupes avec des chercheurs... Dans la continuité des IREM (cf. V), l'Institut Français de l'Education [2] (Ifé) a mis en place avec le soutien du Ministère de l'Education Nationale les Lieux d'Éducation Associés (LéA). Il s'agit d'établissements scolaires, ou de regroupements d'établissements, dans lesquels plusieurs enseignants (avec le soutien de l'administration de l'établissement) sont engagés dans une recherche avec des chercheurs (e.g. [**83**]). Dans ce qui suit nous ne considérons pas cette forme de travail associant chercheurs et enseignants ; nous nous centrons sur le travail de groupes d'enseignants concevant des ressources.

2.1. L'approche documentaire du didactique : principaux concepts. L'approche documentaire du didactique (ADD, ou en anglais DAD, [**74**]) est une approche théorique centrée sur les interactions entre enseignants et ressources, et sur les conséquences de ces interactions en termes de développement professionnel. Le terme "ressource" dans l'ADD est issu des travaux d'Adler [**4**] : une ressource est tout ce qui est susceptible de ressourcer le travail des enseignants. Un manuel, un logiciel, une production d'un élève ou une discussion avec un collègue peuvent constituer des ressources pour les enseignants. Les enseignants recherchent des ressources, les choisissent, les modifient, utilisent les ressources modifiées en classe : tout cela s'appelle le travail documentaire des enseignants. Selon l'ADD, au fil de leurs interactions avec les ressources pour un objectif donné (par exemple, "concevoir et mettre en œuvre un cours sur les angles en classe de 5e"), les enseignants développent un document. Un document comprend des ressources recombinées, mais aussi un schème d'utilisation de ces ressources, ceci est représenté par l'équation : "document= ressources + schème". Un schème [**148**] est une organisation stable (mais adaptable) de l'activité, pour un objectif donné. Un schème comprend en particulier des connaissances et des croyances professionnelles, appelées théorèmes en actes (TA) : des propositions considérées comme vraies par l'enseignant (par exemple : "Les élèves doivent apprendre plusieurs méthodes pour prouver que deux angles ont la même mesure"). Ces TAs sont développés tout au long de l'activité, et utilisés dans l'activité. Au cours de leur carrière, les enseignants développent également un système de ressources : un ensemble structuré de ressources, organisées en fonction

1. `http://icmistudy25.ie.ulisboa.pt`
2. `http://ife.ens-lyon.fr/ife`

des différents objectifs de leur activité. L'analyse de ces systèmes de ressources permet de comprendre en profondeur l'activité professionnelle des enseignants (voir [**119**] pour un exemple d'analyse concernant les systèmes de ressources des enseignants chinois). L'ADD peut être utilisée pour étudier le travail documentaire individuel. Néanmoins, elle consacre un intérêt spécifique au travail collectif des enseignants. Tous les groupes d'enseignants (collègues au sein d'un établissement, équipes de stagiaires dans une formation continue, associations, etc.) partagent en effet des ressources, et ont un travail documentaire collectif. En particulier, les communautés de pratique (CoP, [**152**]) d'enseignants ont un répertoire partagé : dans la perspective de l'approche documentaire, ceci est interprété comme un système de ressources partagées. Le développement de ce système de ressources est parallèle au développement de la CoP. Même au sein d'une CoP, lorsque les enseignants partagent leur travail avec leurs collègues, ils partagent les ressources qu'ils ont conçues ; cependant ils ne peuvent pas partager leurs documents, car ces documents englobent des TA, en particulier des TA dont l'enseignant n'est pas conscient ([**118**]).

Que se passe-t-il lorsque les enseignants ont un travail documentaire collectif ? Développent-ils des schèmes communs, ou du moins des TAs communs, dans certaines conditions ? C'est une question importante, pour concevoir des formations continues s'appuyant sur le travail documentaire collectif des enseignants, et plus généralement pour comprendre le travail des enseignants et leur développement professionnel dans un contexte où les ressources numériques créent de nouvelles opportunités pour le travail collectif. Pour une présentation plus détaillée de la théorie, et une réflexion issue de sa présentation en 15 langues différentes, nous invitons le lecteur à visiter le site du projet "DAD multilingual" (`https://hal.archives-ouvertes.fr/DAD-MULTILINGUAL`), où ces traductions sont disponibles, par exemple celle en chinois (`https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02891008/document`).

2.2. Étude du travail collectif enseignant du point de vue de l'approche documentaire : exemples. L'approche documentaire a été utilisée dès le début pour étudier les conséquences de la disponibilité des ressources numériques sur le travail documentaire collectif des enseignants. Nous présentons ici deux exemples de telles études, contrastés en termes de contextes. Le premier exemple concerne la conception d'un manuel numérique par l'association Sésamath [**72**]. Le second concerne deux enseignantes qui ont décidé de préparer ensemble une leçon sur les probabilités pour une classe de 1ère (grade 11).

2.2.1. *Un travail collectif « extraordinaire » : une communauté d'enseignants concevant un manuel numérique.* Gueudet, Pepin, Sabra et Trouche [**72**] ont analysé le travail documentaire d'une CoP concevant un manuel numérique pour la classe de seconde, au sein de l'association française Sésamath. Cette CoP a été suivie de juin 2009 à décembre 2013 par Hussein Sabra [**134**]. L'un des objectifs partagés de la CoP, au début de leur travail, était : "décider de la structure du manuel numérique". Ils ont d'abord établi ensemble une liste de 38 "atomes" (par exemple, "Dessiner un graphique à partir d'un tableau de variations" est un atome), en s'inspirant du curriculum officiel.

Ces atomes correspondaient aux compétences du nouveau curriculum officiel. Dans les discussions entre les auteurs, les auteurs ont observé un TA partagé : “nous devons aider les enseignants à organiser leurs cours en fonction des compétences [du programme national]”. Après cette première étape, les membres de la CoP ont discuté de la manière dont ces atomes devraient être organisés dans le manuel numérique. Les enseignants de la CoP auraient souhaité une mise en réseau où toutes les progressions potentielles (considérées par les enseignants) étaient possibles, mais ils ont dû renoncer à cette idée (si une notion de géométrie est nécessaire dans un exercice sur les fonctions, le cours de géométrie doit être placé avant cet exercice). Les discussions ont conduit les membres de la CoP à décider que le manuel numérique allait être structuré en chapitres. Ainsi, chaque chapitre aura un noyau, qui est une liste de techniques, avec un ordre donné.

La communauté a développé un document partagé, pour l’objectif “choisir la structure d’un manuel numérique de seconde”. Ce document englobait plusieurs ressources, en particulier les atomes, et des schèmes partagés d’utilisation de ces ressources. En particulier, les membres de la CoP ont développé ensemble des TAs comme “il n’est pas possible de laisser la possibilité d’une progression quelconque aux utilisateurs” ; et “les techniques assurent la cohérence d’un chapitre”. Dans cet exemple, les membres de la CoP ont développé des documents communs concernant la conception d’un manuel numérique. Il est probable que leurs utilisations en classe du manuel numérique diffèrent, en raison de leurs schèmes préexistants. Mais pour l’activité “extraordinaire” de conception d’un manuel numérique, ils ont développé de nouveaux documents communs, en particulier des schèmes communs.

2.2.2. *Le travail collectif « ordinaire » des enseignants.* Gueudet et Parra [**71**] ont analysé le travail documentaire de deux enseignantes de mathématiques expérimentées (Valeria et Gwen) travaillant ensemble dans le même lycée. Toutes deux avaient en particulier une classe de 1ère (spécialisée en mathématiques et en économie), et elles ont décidé de concevoir ensemble leur cours sur les intervalles de fluctuation avec la loi binomiale. Les auteurs ont suivi la conception et la mise en œuvre de ce cours. Nous résumons ici brièvement les résultats qu’elles ont obtenus. Elles ont identifié des documents développés par les enseignants, et ont constaté que malgré leur forte intention de travail collectif, tous ces documents étaient au moins partiellement différents. La raison principale semble être que, en tant qu’enseignantes expérimentées, elles avaient auparavant développé leurs propres schèmes individuels, concernant l’enseignement des intervalles de fluctuation. Par exemple, pour l’objectif “Enseigner comment trouver un intervalle de fluctuation avec une loi binomiale”, Valeria avait développé un schème comprenant le TA suivant : “les élèves doivent apprendre à lire le tableau de la loi binomiale et à y trouver les extrémités de l’intervalle”. Gwen avait des TAs différentes, notamment : “la technique pour trouver l’intervalle de la loi binomiale est trop complexe, et jamais évaluée au baccalauréat” ; “les élèves doivent apprendre à programmer leur calculatrice”. Gwen a proposé de travailler avec les élèves sur un exercice nécessitant d’écrire sur la calculatrice un programme donnant l’intervalle de fluctuation de la loi binomiale, une

fois entrés les paramètres appropriés. Valeria l'a accepté et a effectivement utilisé cet exercice. Mais pour elle, ce n'était qu'un exercice, le programme n'a pas été utilisé plus avant (elle ne voulait pas que ses élèves utilisent la calculatrice comme une "boîte noire") ; pour Gwen, la calculatrice programmée a ensuite été utilisée dans chaque exercice demandant de trouver un intervalle de fluctuation. L'évaluation commune comprenait un exercice sur les intervalles de fluctuation. Gwen et Valeria ont choisi cet exercice ensemble ; le texte de l'exercice intégrait un extrait de journal, ce qui correspondait à un TA commun : "les élèves doivent apprendre à trouver des informations dans un texte". Mais les questions ont été modifiées, pour proposer les deux méthodes différentes pour trouver un intervalle de fluctuation : avec la table de la loi binomiale, pour la classe de Valeria ; avec la calculatrice, pour la classe de Gwen.

Nous retenons plusieurs éléments de cet exemple illustratif. Premièrement, l'existence de TAs partagés favorise certainement le travail commun. Deuxièmement, lorsque les TAs sont différents, même un travail collectif (du moins pendant une courte période) conduit à des documents différents. Valeria a développé de nouveaux TAs pendant ce travail, mais ses TAs précédents sont restés stables, elle ne voulait pas que ses élèves utilisent la calculatrice pour trouver l'intervalle de fluctuation.

2.3. Évolutions méthodologiques pour l'étude du travail documentaire collectif des enseignants. Dans l'approche documentaire du didactique, le développement de la théorie a toujours été étroitement lié au développement des méthodes. Suivre le travail documentaire des enseignants, qui a lieu à l'école et hors de l'école, est un défi. L'ADD propose la "méthodologie d'investigation réflexive" [**145**]. Cette méthode suit cinq principes essentiels : un suivi à long terme ; un suivi en classe et hors classe ; une large collecte de toutes les ressources utilisées et produites ; une participation active et réflexive de l'enseignant ; une confrontation entre les informations fournies par l'enseignant et son activité réelle. Ces principes peuvent conduire à différents types de collecte de données, notamment dans le cas d'un travail documentaire collectif. Comme l'illustrent les deux cas discutés ci-dessus, les communautés d'enseignants peuvent avoir des natures et des organisations très différentes, allant d'une association d'enseignants travaillant en ligne pour produire un manuel numérique, à un binôme d'enseignants travaillant dans le même établissement et essayant de préparer une leçon ensemble. Naturellement, les outils de collecte de données dépendent du type de communauté, mais aussi de la question étudiée. Pour son étude portant sur l'association Sésamath, Sabra [**134**] a utilisé différents types de données :

— Les discussions au sein de l'équipe, recueillies sur la plateforme distante ;
— Les ressources partagées sur la plateforme par les membres de la communauté (notamment les étapes successives du manuel numérique qu'ils ont conçu) ;
— Plusieurs membres de la communauté ont rempli un journal de bord ;
— L'activité d'un membre particulier de l'équipe a été suivie sur la plateforme mais aussi en classe.

Cette collecte de données a permis d'analyser l'interaction entre les ressources individuelles et les ressources partagées, et d'identifier les connaissances professionnelles partagées au sein de la communauté. Pour le deuxième exemple [**71**], les deux enseignantes ont déjà été suivies l'année précédente avec la méthode d'investigation réflexive. De nouvelles données ont été recueillies sur leur travail collectif : en particulier, leur travail de préparation commun (en présence) a été enregistré. L'étude du travail documentaire collectif des enseignants a conduit à des évolutions dans les méthodes utilisées par les études se référant à l'ADD (impactant également l'étude des enseignants individuels). Wang [**150**] a proposé par exemple le concept de "partenaire documentaire" : deux enseignants travaillant étroitement ensemble dans le même établissement. Suivre le travail documentaire de deux de ces enseignants, leur utilisation de ressources numériques et non numériques, les interviewer ensemble et séparément permet un accès privilégié aux connaissances des enseignants et à leur évolution. Rocha [**132**] utilise également cette méthode ; elle a d'ailleurs introduit la notion de "trajectoire documentaire", définie comme "un parcours (avec des continuités et des ruptures) reliant des événements professionnels (individuels et/ou collectifs) vécus par l'enseignant" [**145**, p. 1245]. L'analyse des trajectoires documentaires des enseignants, tout au long de leur carrière, met en évidence avec une nouvelle perspective l'importance du travail collectif dans l'activité professionnelle des enseignants.

Lors de la "Conférence Re(s)sources" qui s'est déroulée à Lyon en 2018 [3] et dans l'ouvrage intitulé "L'approche 'ressources' de l'enseignement des mathématiques" [**144**] qui a suivi, de nombreuses contributions ont concerné le travail collectif des enseignants et ses conséquences. Il s'agissait d'une conférence internationale, et l'ADD n'est pas seulement une théorie française ; elle appartient néanmoins à la tradition de recherche didactique française.

3. Didactique de l'enseignement supérieur

Dans le contexte français actuel, les textes officiels ont mis en avant la nécessité de formation des enseignants du supérieur (cette formation n'est pas encore généralisée à ce stade). Des travaux en cours doivent déboucher sur des ingénieries de formation pour ces enseignants.

En France, la recherche au niveau universitaire en Didactique et Epistémologie des Mathématiques et ses liens avec la physique et l'informatique (réseau appelé DEMIPS) s'est structurée en un GDR CNRS impliquant 12 universités (voir ch. III 4). DEMIPS est en lien avec l'International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM, [**51**]). De plus, DEMIPS est à l'origine de la revue EpiDEMES [4] : cette revue d'interface a pour vocation de diffuser les résultats de recherche auprès des tous les enseignants de mathématiques du supérieur [5].

3. `https://resources-2018.sciencesconf.org`
4. `https://epidemes.episciences.org/`
5. À ce sujet, voir aussi la section 4 du chapitre III.

Les objectifs de DEMIPS sont triples : développer de nouvelles manières d'enseigner à l'université les mathématiques avec un travail collaboratif entre didacticiens et mathématiciens ; étudier les interactions entre mathématiques, physique et informatique ; fédérer de nouvelles recherches et structurer des collaborations en France avec des équipes de recherche en éducation et en mathématiques, physique et informatique. Trois thèmes de DEMIPS portent sur les contenus mathématiques : l'analyse et les liens avec la physique ; l'algèbre linéaire et l'algèbre abstraite et leurs liens avec la physique et l'informatique ; les mathématiques discrètes et les interactions avec l'informatique. Deux autres thèmes transversaux étudient le raisonnement et la preuve avec un accent particulier porté sur le langage et la logique, et les pratiques des enseignants à l'université en mathématiques et en physique. Les questions de recherche communes portent sur les difficultés des élèves, la transition entre les niveaux secondaire et universitaire, les pratiques pédagogiques des enseignants-chercheurs et la conception de ressources (ingénierie didactique) en mathématiques à l'université. Dans tous ces travaux, les contenus et les compétences mathématiques sont centraux. Par ailleurs, l'une des particularités du système éducatif français est constituée par les Classes Préparatoires aux Grandes Ecoles (soumises à des concours nationaux exigeants) ([**91**] ; [**92**]) et la formation d'ingénieurs : ces institutions spécifiques sont désormais aussi investigués par les didacticiens des mathématiques. De plus, les travaux sur la formation des ingénieurs se développent (e.g. [**124**] ; [**125**]).

Dans les recherches citées ci-dessus conduites dans le supérieur, les expérimentations et objets d'étude sont variés : étude de pratiques enseignantes par des observations in vivo (amphi et TD), enregistrements vidéos et entretiens ; étude des effets potentiels sur les apprentissages des étudiants ; étude didactique et cognitive de l'activité des étudiants en classe (amphi et TD) et hors classe (observation de binôme ou de petits groupes d'étudiants en situation de résolution de problèmes et d'élaboration de preuves), ingénieries didactiques et expérimentations en TD dans différentes filières et dans des contextes variés (début du supérieur, formation des enseignants, formation des ingénieurs, formations des nouveaux enseignants-chercheurs).

3.1. Étude des pratiques des mathématiciens. L'étude de pratiques de mathématiciens fait l'objet de recherches depuis quelques années, au niveau international, afin d'envisager de nouvelles perspectives pour la formation et l'enseignement (e.g. [**23**] ; [**95**] ; [**127**] ; [**151**]). Ces travaux, démontrant une collaboration fructueuse entre mathématiciens et didacticiens ([**64**]) permettent d'affirmer que l'étude du travail des mathématiciens enrichit les connaissances épistémologiques des didacticiens et ouvre des perspectives tangibles pour la conception de dispositifs d'enseignement et de formation, en particulier à la transition secondaire-supérieur et dans le supérieur. A ce sujet, les travaux de Gardes ([**60**]), Modeste ([**104**]), Ouvrier-Buffet ([**115**] ; [**116**]), Yvain ([**156**]) enrichissent le champ par des études Épistémologiques des Pratiques Contemporaines de Chercheurs (EPCC). Leurs méthodologies sont proches et permettent de développer et d'enrichir le questionnement didactique selon deux axes : l'élaboration

de situations pour l'enseignement permettant de faire vivre aux élèves l'activité mathématique étudiée, et l'élaboration d'outils pour décrire et analyser les pratiques des élèves liées à cette activité mathématique.

3.2. Didactique de l'analyse. Le domaine de l'analyse est source de multiples difficultés persistantes à l'université déjà bien connues dans la communauté didactique nationale et internationale et souvent actualisées ([**8**] ; [**126**] ; [**89**] ; [**20**] ; [**154**] ; [**73**] ; [**28**] ; [**61**]). Ces difficultés perdurent et la transition secondaire-supérieur est particulièrement problématique. Les spécificités des travaux en cours (au sein de DEMIPS en particulier) sont ainsi d'interroger les continuités et ruptures entre le lycée et l'université, de prendre en compte les liens avec la physique, d'explorer les nouvelles ressources numériques. Les travaux récents s'intéressent à ce titre, par exemple, aux liens entre l'analyse et les autres domaines mathématiques, notamment le numérique, l'algèbre ([**147**]), la géométrie et les probabilités ([**44**]). Sont également étudiés, en analyse, les enjeux de l'entrée dans la preuve avec ses modes d'expressions spécifiques (modes de raisonnement, formalisation, quantification) et les liens problématiques avec l'ordre, l'approximation numérique, l'intuition, la visualisation ([**21**] ; [**133**] ; [**27**]). Le rôle des représentations sémiotiques, la compréhension des relations entre les points de vue ponctuel, global, local et infinitésimal sur les représentations des objets de l'analyse, avec notamment la place des outils numériques et leur rôle dans l'enseignement et les apprentissages font également l'objet de travaux récents ([**105**] ; [**19**]). On peut également noter des travaux sur le rôle de la conceptualisation du continu (en particulier de la complétude de l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels vis-à-vis de la topologie usuelle de l'ordre) dans l'appropriation des concepts de l'analyse enseignés en licence ([**17**] ; [**54**]).

3.3. Didactique de l'algèbre linéaire et de l'algèbre abstraite et interface avec la mécanique quantique. La didactique de l'algèbre linéaire a fait l'objet de nombreux travaux en France en particulier dans les années 1990 ([**46**]), prenant en compte la nature FUG du savoir (formalisateur, unificateur, généralisateur, [**131**]) et l'importance des changements de cadres. Au niveau international, différentes études ont été menées (e.g. [**47**] ; [**77**]) et montrent les difficultés récurrentes des étudiants. Dans des travaux récents en France, les cadres de la sémiotique et de la TSD (théorie des situations didactiques) ont été mobilisés conjointement pour étudier les raisonnements des étudiants sur la notion d'application linéaire en première année de CPGE ([**91**]). En ce qui concerne l'algèbre abstraite (structures algébriques) où il existe à ce jour peu de travaux, Hausberger propose un programme de recherches utilisant la Théorie Anthropologique du Didactique (TAD, [**80**] ; [**81**]) et un cadre épistémologique dédié au structuralisme ([**79**]). Dans ce courant, des résultats spécifiques sur la structure d'idéal ont récemment été présentés ([**87**]). Les structures algébriques sont un objet d'étude intéressant à la croisée avec la mécanique quantique ([**12**]), dans une perspective interdisciplinaire interrogeant la circulation des connaissances entre les disciplines et luttant contre l'isolement disciplinaire à l'université, aussi bien en licence qu'à la transition secondaire-supérieure ([**93**]).

3.4. Didactique des mathématiques discrètes et interfaces avec l'informatique. Toujours dans une perspective de décloisonnement, on peut noter les travaux à l'interface entre l'informatique et les mathématiques, s'intéressant aux mathématiques discrètes, à l'arithmétique et l'algorithmique. En plein essor, ces champs du discret sont au cœur de nombreuses transformations technologiques récentes et d'actualité dans la société (cryptographie, traitement automatique de données, réseaux, etc.). Pourtant, les mathématiques discrètes trouvent une place très variable dans les cursus de premier cycle universitaire de mathématiques et d'informatique ([**1**] ; [**142**]). En France, l'évolution profonde récente des curricula du secondaire rendent la question didactique de l'interaction entre informatique et mathématiques dans l'enseignement supérieur d'autant plus importante. Mathématiciens et didacticiens, au niveau international, soulignent l'importance des mathématiques discrètes pour l'enseignement et la formation des enseignants ([**78**] ; [**41**] ; [**45**]), en lien avec les préconisations des sociétés savantes (telles que la MAA (Mathematical Association of America) ou la SMF. Des travaux interrogent spécifiquement, en France, au sein de la didactique des mathématiques, l'enseignement et l'apprentissage de l'algorithmique ([**104**]), ainsi que les apports de l'informatique et de la programmation à l'enseignement des mathématiques ([**38**]). Le discret met en jeu des objets et des types de raisonnements spécifiques pointés par des collaborations fructueuses entre didacticiens, mathématiciens et informaticiens ([**63**] ; [**114**] ; [**117**]) notamment au sein de la Fédération de Recherche Maths à Modeler. Par ailleurs, l'arithmétique a déjà fait l'objet de travaux épistémologiques et didactiques dans l'enseignement secondaire et à la transition secondaire-supérieur ([**15**] [**16**] ; [**60**] ; [**128**]) : ces travaux se poursuivent. Des études didactiques se sont intéressées au cas particulier de l'enseignement de la théorie des graphes au lycée et à l'université en France ([**25**]). Au centre des préoccupations en didactique se trouvent aujourd'hui des enjeux relatifs à un développement :

— d'une épistémologie des mathématiques et de l'informatique dans le but de nourrir le travail existant en didactique des mathématiques du supérieur mais aussi contribuer au développement de la didactique de l'informatique ([**7**] ; [**56**]) pour l'enseignement supérieur,
— de travaux spécifiques sur l'apprentissage du raisonnement et de la preuve, enjeu fondamental de la transition secondaire-supérieur ([**73**]) et point de discussion à l'interface mathématiques-informatique ([**49**]).

3.5. Preuve, logique, langage et raisonnement. La question de la preuve et avec elle celle de la logique, du langage, du raisonnement est transversale à tous les thèmes mathématiques évoqués ci-dessus et s'avère problématique dans le supérieur ([**136**]). Le travail sur les preuves contribue de manière significative aux processus d'apprentissage des connaissances mathématiques avancées ([**53**]). De nombreuses recherches, tant dans la francophonie qu'à l'international, mettent en évidence que les étudiants ne peuvent pas s'appuyer sur une bonne maîtrise des connaissances et des compétences logiques nécessaires pour affronter la formalisation et la complexification de la structure logique des énoncés mathématiques ([**137**] ; [**43**] ; [**68**] ; [**26**]). Mais le rôle de la logique mathématique dans l'apprentissage du raisonnement et de la preuve est l'un des éléments sur

lequel les positions divergent ([**50**]). Des travaux se poursuivent pour étudier comment les enseignants gèrent les nombreux implicites (partagés par la communauté des mathématiciens) qui sont nécessaires au raisonnement et à la communication ([**14**] ;[**76**] ; [**151**] ; [**57**] ; [**99**]) mais qui ne sont pas nécessairement reconnus par les étudiants ([**48**]). Les études sur le langage s'orientent également vers des études de cas dans le contexte particulier du plurilinguisme, qui peut renforcer les difficultés d'apprentissage, mais qui peut aussi se constituer en ressource pour l'enseignement (thématisation des questions culturelles et langagières dans les cours) ([**52**]).

3.6. Étude des pratiques des enseignants du supérieur en Mathématiques et Physique. Les travaux de recherche en didactique concernant les pratiques des enseignants du supérieur commencent seulement à se développer, au niveau international comme en France, en mathématiques et à l'interface d'autres disciplines scientifiques ([**22**] ; [**65**]). Ces travaux ont permis d'identifier certaines catégories de pratiques d'enseignement des mathématiques, notamment pour les cours magistraux qui constituent une spécificité importante de l'université ([**108**] ; [**86**]). D'autres études ([**98**] ; [**70**]) se sont centrées sur les usages de certains supports d'enseignement, sous forme papier ou numérique, et sur les conséquences de ces usages. Une étude récente conduite au sein d'une UFR de physique a permis de révéler certains marqueurs d'identité professionnelle d'enseignants-chercheurs de physique interrogés sur leurs pratiques d'enseignement et sur les difficultés qui les sous-tendent, parmi lesquelles l'insuffisance des connaissances mathématiques des étudiants ([**42**]).
Il est reconnu que l'enseignement des mathématiques à des non-spécialistes pose des difficultés spécifiques, les mathématiques constituant une cause majeure d'échec pour ces étudiants ([**82**]). Dans ce contexte, des chercheurs se donnent pour objectif principal d'analyser, caractériser les pratiques des enseignants du supérieur en mathématiques et en physique dans diverses institutions à la fois en situation d'enseignement et dans l'utilisation et la constitution de ressources.

Les recherches en didactique des mathématiques en France conservent leur attachement spécifique à la prise en compte des contenus, et à la mobilisation de cadres théoriques fondant l'ensemble de la démarche de recherche. Elles conservent également leur inscription dans un réseau international, notamment en ce qui concerne les encadrements de thèses.

V L'aventure des IREM

1. Présentation générale du réseau des IREM

Le réseau des IREM (IRES et IREM&S) (Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Sciences ou Mathématiques et Sciences) est né en France il y a 50 ans, et est devenu depuis l'un des acteurs les plus actifs et incontournables dans le domaine de l'enseignement des mathématiques dans ce pays. Dès leur création, les IREM se sont efforcés de répondre au trois missions fondamentales qui leur ont été confiées :

— Chercher pour améliorer l'enseignement des mathématiques, au sein de groupes non hiérarchisés de chercheurs universitaires et de praticiens du premier ou second degré ou du supérieur ;
— Former les enseignants, en particulier en utilisant les résultats des recherches du réseau ;
— Diffuser les résultats des recherches en mathématiques, histoire des mathématiques, et sur leur enseignement.

Ces missions et la structure universitaire originale des IREM, associant tous les acteurs du monde de l'éducation en mathématiques, sont à l'origine de très nombreux travaux, toujours proches des préoccupations des professeurs de terrain, adaptés aux questions d'enseignement issues des nombreuses évolutions curriculaires et à l'émergence de nouveaux outils technologiques.

Les IREM, chacun avec ses spécificités locales, mais bénéficiant d'une coordination scientifique constructive, forment un réseau à la fois adaptable et cohérent, reconnu en France et dans de nombreux pays, en particulier les pays francophones ou ayant des relations de recherche naturelles avec la France, et dont certains ont à leur tour créé ou cherchent à créer des structures de type IREM. Ce réseau est plébicité à la fois par les chercheurs en mathématiques, en histoire et épistémologie et en didactique des mathématiques, et par les enseignants : ces derniers utilisent en particulier en toute confiance les ressources élaborées dans le réseau et diffusées par un système évolutif de moyens de diffusion communs ou locaux qui seront détaillés dans cette présentation. Il sert maintenant de modèle pour l'amélioration de l'enseignement des autres sciences, en particulier des STEM, que l'on accueille de plus en plus dans le réseau, avec une demande explicite à la fois du Ministère de l'Éducation Nationale, des universités scientifiques, et des didacticiens des autres sciences.

Le cinquantième anniversaire du réseau, qui a été fêté pendant l'année scolaire 2018-2019, a été l'occasion d'une large introspection sur les travaux menés dans les IREM pendant ces cinquante années, et qui nous apparaissent encore aujourd'hui tout à fait pertinents dans leur ensemble ([**58**]).

1.1. Principes fondamentaux des IREM. La seconde moitié du vingtième siècle a été marquée, en France comme ailleurs, par le besoin de renouveler fortement l'enseignement des mathématiques, pour s'adapter aux évolutions considérables des connaissances et des conceptions effectuées grâce aux recherches dans ce domaine. Les IREM sont ainsi nés de la conjonction d'un grand désarroi des enseignants suite à la réforme curriculaire dite des "mathématiques modernes" [**40**], et des événements de mai 1968 secouant entre autre le monde universitaire. Cette création fut sollicitée à la fois par l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public (APMEP), qui fournissait déjà bénévolement des formations et des ressources pour anticiper et accompagner le "recyclage" en mathématiques des professeurs, ainsi que par des enseignants-chercheurs des universités conscients de leurs responsabilités. Ce travail militant a alors suscité l'adhésion enthousiaste de nombreux enseignants auxquels les IREM ont fourni, au sein des universités, un nouveau cadre de travail collectif stimulant, hors de toute contrainte hiérarchique et proche de leurs préoccupations.

Les missions premières des IREM, sous-tendues par les conditions de leur création, ont ainsi conduit à des constantes fondamentales, dans le temps et dans l'espace, dans leur fonctionnement :

— Un travail de recherche dans les universités sur tout le territoire, dans des groupes dits "de recherche-action" associant des chercheurs et enseignants-chercheurs en mathématiques et en didactique ou histoire des mathématiques et des enseignants, chacun apportant son questionnement, sa sensibilité et son expertise. La diversité des statuts et la confiance réciproque permettent des observations en classe et un regard critique productifs, et un développement professionnel important pour tous. Ces travaux de recherche sont soutenus par les universités, par les instances éducatives locales (rectorats, corps d'inspection) et nationales (ministères en charge de l'enseignement et de l'enseignement supérieur et de la recherche), par la mise à disposition de moyens en locaux, financiers et surtout humains (détails dans 2.1).

— Des formations pour tous les enseignants "de la maternelle à l'université", proposées par les membres de groupes de travail, garantissant une réflexion et une appropriation fine des propositions de travail. Les contenus sont issus des recherches du groupe intervenant et/ou d'autres groupes IREM avec lesquels ils ont pu interagir, ou de la recherche théorique (IV). Les IREM proposent également des formations en mathématiques pour la promotion interne ou le développement professionnel des enseignants. La formation initiale des professeurs est également impactée grâce à la présence dans les groupes des formateurs des instituts universitaires chargés de ces formations, souvent initialement issus des IREM.

— Une multiplicité des modes de transmission des résultats des recherches : formation directe ; rédaction d'articles de recherche, publications dans des journaux d'interface, publication de brochures, d'ouvrages, de ressources diverses, en papier et/ou en ligne ; mise à disposition d'ouvrages et de ressources dans

des bibliothèques d'IREM ou universitaires, sur les sites des IREM ou du réseau [1].

Le réseau édite quatre revues à comité de lecture (détails dans 2.2) : *Repères IREM*, *Grand N*, *Petit x*, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. Les ressources sur l'enseignement des mathématiques sont répertoriées et mises à disposition sur le serveur *Publimath* [2] (géré avec l'APMEP) par la création de fiches de lectures et la mise en lien avec des versions numérisées disponibles des ressources.

— L'organisation de conférences locales, nationales (4 à 6 par an rassemblant 100 à 250 personnes chacune), voire internationales sur l'enseignement des mathématiques ou leur histoire (par exemple l'organisation de HPM 2016, conférence satellite de ICME Hambourg, par l'IREM de Montpellier [3], ou encore les conférences internationales du réseau, voir 2.7) ; l'organisation ou la participation à de nombreux événements de diffusion et valorisation des mathématiques vers les scolaires et le grand public : rallyes mathématiques, Semaine des mathématiques (annuelle, nationale), quinzaine nationale de la Fête de la science (annuelle), Forum des mathématiques vivantes en 2015 et 2017 (cf. ch. I, section 5.1) ou Année des mathématiques en 2020 (5.2), salons des jeux mathématiques, accueil de classes, stages et actions périscolaires... (voir 2.6 et ch. VI).

1.2. Un réseau en synergie. La synergie entre les différents IREM, ayant chacun leurs statuts, leur type d'insertion locale, et n'ayant pas de direction centralisée, est assurée par trois types d'assemblées réunissant des membres des IREM et des représentants d'autres instances.

— L'Assemblée des Directeurs d'IREM (ADIREM). Elle réunit 4 fois par an les directeurs, le président du comité scientifique, et des représentants d'associations amies : CFEM, APMEP, SMF, SMAI. Elle coordonne les aspects administratif et politique et représente les IREM auprès des instances nationales.

— Le Comité Scientifique des IREM (CS-IREM). Il est actuellement formé de 20 personnes, pour moitié représentant les IREM et pour moitié observateurs extérieurs (dont des non mathématiciens). Son rôle est d'observer l'activité du réseau, d'expertiser son travail, de dégager des perspectives et de contribuer à porter la parole des IREM. Il organise à chacune de ses 3 réunions annuelles des débats sur des thèmes d'actualité concernant le réseau.

— Les commissions Inter-IREM (CII). Elles regroupent des membres de différents IREM sur des thèmes donnés, confrontent les travaux des IREM, incitent à des recherches spécifiques, produisent des ressources communes, organisent des conférences et des rencontres, et réfléchissent aux évolutions curriculaires et les anticipent. Elles sont force de proposition grâce à leur expertise pour des actions nationales ou internationales.

1. http://www.univ-irem.fr/
2. http://publimath.univ-irem.fr/
3. https://hpm2016.sciencesconf.org/

On compte actuellement 13 CII de plusieurs types (leur nombre et thématiques évoluent régulièrement) :

— 6 sont associées à un secteur du système éducatif : Collège, Lycée, Lycée Professionnel, Université, formation des enseignants du secondaire (CORFEM), formation des enseignants du primaire (COPIRELEM). Ces deux dernières organisent un colloque annuel de formation de formateurs ;
— 3 travaillent sur des thématiques transversales : Épistémologie et histoire des mathématiques (qui organise un colloque un an sur deux), Didactique des mathématiques, Technologies de l'Information et de la Communication pour l'Enseignement (TICE) ;
— 1 est spécialisée sur l'Informatique (CIII) (enseignée actuellement en grande partie par les enseignants de mathématiques) ;
— 2 sont consacrées à la politique de diffusion des ressources et des activités du réseau : gestion du serveur *Publimath*, comité de la revue *Repères IREM* ;
— la toute nouvelle Commission Internationale Inter-IREM.

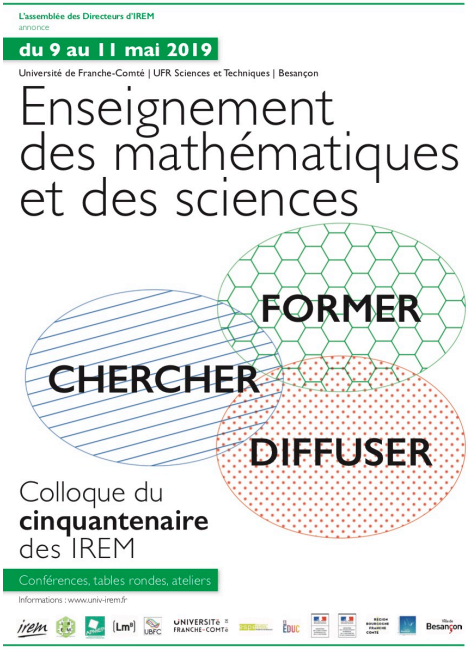
Le nombre de CII évolue en fonction des besoins. La commission de popularisation des mathématiques (CII Pop'Maths) s'est arrêtée en mars 2019 suite à la parution de son ouvrage Panoramath'7 ([**33**], cf 2.6). D'autres commissions devront prochainement être créées suite à l'ouverture grandissante des IREM à des groupes et des activités d'autres sciences (parfois sans mathématiciens).

Le réseau (l'ADIREM ou les CII) organise chaque année 4 à 6 colloques nationaux ou internationaux, pris en charge localement par un IREM, auxquels participent les membres du réseau et des personnes extérieures. Ainsi en 2019, l'ADIREM a organisé le colloque du cinquantenaire à Besançon, la CII Épistémologie et histoire a proposé un colloque à Poitiers, inscrit au plan national de formation des professeurs (PNF), le colloque annuel de la CORFEM a eu lieu à Strasbourg, et celui de la COPIRELEM, pour la première fois à Lausanne en Suisse. En 2020, en plus des colloques de la CORFEM et de la COPIRELEM, qui devaient se tenir respectivement à Strasbourg et Annecy, un colloque "Enseignement des mathématiques et langues" aurait dû se dérouler à Clermont-Ferrand en mai et un colloque de la CII-TICE à Marseille en octobre qui ont du être annulés, ceux de la CORFEM et la COPIRELEM se tiendront en distanciel en 2021. En 2022 se tiendront, outre les colloques de la CORFEM et de la COPIREM, celui de la CII Épistémologie et histoire, et sans doute un colloque de la CII Lycée.

Des actes des colloques sont publiés et mis en ligne sur le portail des IREM, accompagnés de certaines captations d'interventions.

1.3. Insertion dans le monde de l'enseignement des mathématiques. L'ADIREM fait partie de la CFEM, et nous décrivons ici quelques interactions spécifiques des IREM avec les autres membres de la CFEM.

L'APMEP, qui a contribué à la création des IREM, continue a éditer ou coéditer certaines ressources issues des groupes et est associée au réseau des IREM pour la commission *"Publimath"*. De nombreux échanges ont lieu lors des colloques des IREM



et des "Journées de l'APME" organisées bénévolement par ses membres [4]. Les IREM, grâce à leur structure universitaire et à leur ancrage local, organisent des colloques pour MATh.en.JEANS ou des actions spécifiques pour l'association *femmes et mathématiques* (cf 2.6 et VI). Ils ont également organisé un challenge aux côtés de la Société Française de statistique [5].

Les membres de l'ARDM sont pour la plupart également membres de groupes IREM qui bénéficient de leurs connaissances théoriques et leur apportent un fort ancrage avec le terrain (cf 2.3 et chapitre IV).

Le réseau a été plusieurs fois associé à l'Académie des Sciences pour des travaux ou colloques sur la formation des enseignants. En 2018, un colloque sur l'enseignement dans le premier degré a été co-organisé [6] avec la fondation *La Main à la Pâte*, émanation de l'Académie des Sciences, qui s'appuie localement ou nationalement sur l'expertise des IREM pour ses activités auprès des scolaires et en diffuse des ressources. Le réseau avait participé aux travaux et nourri les rapports de la CREM [**88**], présidée par l'académicien Jean-Pierre Kahane, président du CS-IREM de 1999 à 2003 et fort soutien des IREM. Cette commission avait été créée en 1999 par le Ministère de l'Éducation pour

4. `https://www.apmep.fr/-Journees-Nationales-`
5. `http://irem.u-bourgogne.fr/challenge-graines-de-sondeur.html`
6. `http://www.fondation-lamap.org/fr/page/65880/colloque-sur-lenseignement-des-mathematiques-a-lecole-primaire`

travailler en amont des programmes de mathématiques (elle a déjà été mentionnée dans les chapitres I et II).

Les corps d'inspection des enseignants de mathématiques, national (IGEN, devenue IGÉSR) comme régionaux (IA-IPR), qui contribuent a l'élaboration des programmes et à la formation des professeurs, ont été fortement abondés par les membres des groupes des IREM, participant ainsi à l'irrigation du corps professoral par les travaux du réseau. Johan Yebbou (IG), et Kadir Kebouchi (IA-IPR, Académie de Versailles), sont membres du CS-IREM. Des ressources ont été coproduites par l'inspection générale et les IREM et ont ainsi un statut de ressource officielle ([**100**], [**101**], [**102**], [**103**]). Xavier Buff, alors Directeur de l'IRES de Toulouse, a participé aux travaux du Conseil Supérieur des Programmes qui a élaboré les programmes de 2015-2016 actuellement en vigueur dans le primaire et les collèges (II). Les IREM sont actuellement consultés avec la CFEM avant la mise en œuvre des nouveaux programmes de terminale ainsi que sur les réajustement de ceux de première, mis en place en septembre 2019 (II).

Les IREM ont par ailleurs été auditionnés par la commission Villani-Torossian pour son rapport [**149**] sur l'enseignement des mathématiques (voir section 2, chapitre II). Un des membres de la commission, Christian Mercat, était alors directeur de l'IREM de Lyon. Plusieurs mesures proposées s'appuient explicitement sur les IREM, et en particulier les deux mesures phare mises en place en 2019 : les Référents Mathématiques de Circonscription (RMC) et les laboratoires de mathématiques des lycées (labomaths), dont les fonctionnements rappellent les groupes IREM. Des membres de l'ADIREM (Anne Cortella, François Recher) ont participé à la rédaction des *vademecum* auprès de la mission mathématique nationale. Les IREM sont particulièrement réactifs pour l'accompagnement de la mise en œuvre de ces deux mesures : un certains nombre de ces nouvelles missions sont confiées à des membres de groupes IREM, une partie des formations des RMC – locales ou nationales – sont confiées aux membres des groupes, des laboratoires de mathématiques ont été créées par d'autres membres. Les IREM participent auprès d'autres acteurs aux *Clubs de Mathématiques* (cf. 2.6 et VI).

Enfin l'ADIREM a fait partie, aux côtés de la CFEM et de l'APMEP, du comité de pilotage de l'Année des mathématiques 2020 (prolongée à 2021) (cf. chapitre I, section 5.2). Cette Année a mis l'accent sur la formation des enseignants de mathématiques, tout en mettant en lumière les actions de tout type mises en place sur le territoire et favorisant l'appétence des élèves pour les mathématiques.

1.4. Un réseau évolutif, réactif mais toujours menacé. De part leur nature universitaire, les IREM sont des structures souples et autonomes. Ils ont su garder la dynamique militante de leur création et continuent à anticiper, critiquer et accompagner les perpétuelles évolutions, en particulier curriculaires (II) et sur la formation initiale (III), touchant l'enseignement des mathématiques en France. Le Comité Scientifique, par ses débats, le réseau international, par la diversité de ses expériences, les CII et les groupes de recherche par leurs travaux, font la force des IREM face à ces évolutions, qui sont décrites dans le chapitre II.

Les évolutions actuelles, en particulier celle issues du rapport Villani-Torossian et portant sur la formation continue des enseignants de mathématiques sont largement accompagnées localement comme nationalement par les IREM, en tant qu'acteurs incontournables capables de faire le lien avec tous les professionnels touchés par ces dispositifs, et ayant une expertise sur leur adaptabilité (cf 1.3).

Les IREM réagissent par ailleurs aux côtés de l'APMEP, et des sociétés savantes (SMF, SMAI, SFdS) au sein de la CFEM, dans la mise en place des nouveaux programmes et dispositions d'enseignement en lycée : par exemple contre la quasi-absence des mathématiques dans le nouveau tronc commun, et pour rendre possible le choix d'un enseignement de mathématiques différent pour les élèves ne se destinant pas aux filières scientifiques [7].

Les CII dédiées à la formation initiale des enseignants (CORFEM et COPIRELEM) participent à la réflexion sur l'évolution de cette formation (III) et donnent leur avis sur les réformes mises en place [8].

Enfin, le réseau est très préoccupé par l'aggravation du caractère inégalitaire de l'enseignement français, en particulier en mathématiques, mis en évidence par les évaluations internationales TIMSS et PISA, et est mobilisé pour agir sur la désaffection grandissante pour les études scientifiques (en particulier chez les jeunes femmes) et le manque d'étudiants en mathématiques se destinant aux carrières d'enseignement. En plus de la recherche sur ces sujets, il développe des actions de diffusion et de valorisation des mathématiques et des carrières scientifiques à destination des plus jeunes, et en particulier ceux de faible niveau social (2.6), ainsi qu'auprès des jeunes femmes aux côtés de l'association *femmes et mathématiques*.

Malgré tous les bénéfices constatés, en 50 ans, les IREM ont dû constamment défendre leur structure et leur point de vue original sur l'enseignement des mathématiques, à la fois comme domaine de recherche et de pratique, et leur conception collaborative du développement professionnel et de la production de ressources. Grâce à la mobilisation de nombreux acteurs et à la solidarité à l'intérieur du réseau, ils ont toujours réussi à surmonter les obstacles et ont survécu, malgré les menaces continuelles qu'ils subissent. Les moyens attribués aux IREM, tant en rémunération de leurs membres qu'en fonctionnement, sont actuellement extrêmement réduits. Travailler dans un groupe de recherche est plus militant que rémunérateur, et les IREM ne survivent qu'en réunissant de faibles moyens épars auprès de tous leurs interlocuteurs, toujours sous la menace de leur diminution. Les "priorités" annoncées par les ministères de l'éducation nationale pour les mathématiques ces dernières années, consistent presque exclusivement à redéployer les moyens attribués à cette discipline sur de nouveaux dispositifs, certes très intéressants, mais sans en penser la cohésion avec le réseau. Ces trois dernières années

7. divers textes co-signés en ce sens, voir par exemple `http://www.cfem.asso.fr/actualites/communique`

8. par exemple `https://www.copirelem.fr/2021/02/27/crpe-2022-la-copirelem-alerte-le-reseau-des-inspe/` et `https://www.copirelem.fr/2021/02/11/crpe-2022-epreuve-orale-de-mathematiques-une-reflexion-sur-les-modalites-dorganisation-de-lepreuve/`

ont ainsi vu localement les moyens de certains IREM divisés par trois, et la mise en route d'autres IREM s'est vue compromise faute de moyens.

Le réseau des IREM est aujourd'hui une structure dynamique et mature, se remettant constamment en question mais encouragée par la reconnaissance nationale et internationale des enseignants et des chercheurs à poursuivre dans cette direction.

2. Description détaillée des travaux

Les IREM sont nés du fort besoin de formation continue des enseignants de mathématiques créé dans les années soixante par la massification de l'enseignement secondaire et la réforme des "mathématiques modernes", sous l'impulsion déterminante de l'APMEP.

L'action des IREM revêt des formes multiples : la recherche dans les groupes de travail et les CII et la diffusion de proximité de leurs travaux ; les publications élaborées dans les IREM ou dans le réseau ; les liens forts avec la recherche en didactique, épistémologie et histoire des mathématiques ; l'intervention sur la formation initiale des enseignants ; l'implication du réseau dans l'élaboration et la critique des curricula ; les actions de popularisation des mathématiques ; les contacts internationaux ; l'ouverture vers les autres sciences. L'ensemble de ces actions implique une grande quantité de personnes, universitaires, professeurs, formateurs des enseignants, membres des corps d'inspection.

2.1. Les groupes de travail et la formation directe. Personne ne travaille à temps plein dans un IREM, et les travaux des IREM doivent beaucoup, et de plus en plus, au dévouement et au travail bénévole de ses membres. Ceux-ci constituent une communauté ouverte et mouvante car de nouveaux groupes sont régulièrement créés tandis que d'autres terminent leurs projets. La participation aux activités de l'IREM demeure le mode essentiel du développement professionnel des enseignants de mathématiques, ainsi que de la professionnalisation des formateurs d'enseignants, dont beaucoup, comme pour les membres des inspections, sont issus de ce système.

Les recherches sur l'enseignement des mathématiques menées dans les IREM sont effectuées dans des groupes de travail, dont les participants (nommés "animateurs") sont des enseignants (du primaire, du secondaire, du supérieur) et des chercheurs en mathématiques, en didactique, histoire ou épistémologie des mathématiques, mais aussi des enseignants et chercheurs dans d'autres disciplines (informatique, sciences physiques, technologie, biologie, économie, français, philosophie...). Ces groupes peuvent être considérés comme des lieux de formation et de développement professionnel de l'ensemble de leurs membres, et les lieux principaux d'élaboration des travaux produits par les IREM. Les recherches donnent lieu à de nombreuses publications locales ou nationales (cf 2.2).

En 2019-2020, les 27 IREM ont organisé l'activité régulière de 2 074 "animateurs" répartis dans 281 groupes de travail, pour la plupart en sus de leur service d'enseignement, et très peu rémunérés : professeurs des écoles (10%), des collèges (25%), des lycées (29%) et des universités (environ 27,5%), personnels d'encadrement des

enseignants (4,5%). Les 13 Commissions Inter-IREM (CII, cf 1.2) ont regroupé 220 animateurs afin d'organiser, répartir, échanger sur les travaux des groupes et produire des ressources de synthèse ou originales.

Les stages de formation continue proposés aux enseignants dans les IREM sont animés par les membres des groupes, ce qui assure leur qualité scientifique et pédagogique, ainsi que des relations de proximité entre les enseignants et leurs formateurs. Ils peuvent s'appuyer sur les nombreuses publications issues des travaux de leur groupe ou d'autres groupes, de leur IREM ou d'autres IREM, ainsi que sur les travaux de synthèse émanant des CII (brochures, ouvrages, actes de colloques), et sur les travaux des didacticiens ou épistémologues du réseau (cf 2.3).

En 2019-2020 (malgré des annulations pour cause de covid-19), 214 formations, réalisées sur 1555 demi-journées de stages, ont touché 7591 stagaires pour un total de 36398 demi-jounées de formation de stagiaire (dJFS), soit 10% des professeurs du secondaire, moins de professeurs du primaire. 165 de ces formations sont labellisées par des instances nationales ou locales du ministère en charge de l'éducation, 22 sont des formations initiales d'enseignants. Certains IREM prennent aussi en charge la préparation aux concours de changement de corps (12 préparations en 2019-2020 pour 300 participants et 7500 dJFS).

À ces stages s'ajoute la formation assurée lors des colloques ou séminaires nationaux et locaux, à l'initiative des IREM, de l'ADIREM ou des CII (1.2), ainsi que lors de cycles de conférences. En 2018-2019, six colloques nationaux sur 13 jours ont rassemblé 800 congressistes et plus d'une cinquantaine de conférences et séminaires ont été aussi organisés.

On doit signaler ici que la demande des enseignants, qui apprécient fortement la formation dispensée par les IREM, ainsi que le nombre de formateurs aptes à cet encadrement, permettrait d'assurer un plus grand nombre de journées de stages. Mais les moyens accordés par l'administration pour la formation continue sont en constante diminution, et les stages IREM souvent annulés en cas de réforme curriculaire et remplacés par des présentations des nouveaux programmes.

En général, en dehors des formations aux concours internes, ne sont accordés que des stages de courte durée (1 ou 2 jours, ou en ligne) alors que leur contenu nécessiterait une plus longue durée pour permettre un meilleur impact. Le réseau des IREM fait campagne, avec l'aide d'autres instances, en particulier l'APMEP et l'Académie des sciences, qui en a fait un objectif prioritaire, pour augmenter fortement l'offre de formation continue à l'intention des enseignants. Néanmoins des formations en ligne (mooc, m@gistère) qui reprennent les stages sont proposées en lien avec les IREM pour disposer de temps plus long : par exemple le mooc e-fan [9] à l'IREM de Lyon avec l'ENS.

Le rapport de la commission Villani-Torossian (cf 1.3) a d'ailleurs pointé ce manque de formation continue en France, et proposé plusieurs mesures dont certaines s'inspirent à la fois des groupes IREM et des lesson-studies [**97**], et s'appuient sur les IREM (cf mesures 15-16-27-28). Malheureusement, ces nouvelles formations ouvertes à moyens

9. `https://www.fun-mooc.fr/courses/course-v1:ENSDeLyon+14003+session05/about`

constants en dépit des recommandations du CNESCO ([**29**]) ne font que remplacer les formations proposées par les IREM.

2.2. Les publications des IREM. Dès leur création en 1969, les IREM ont eu une politique active d'édition. Il était peu courant alors, que des professeurs soient incités à participer à des rédactions sur des travaux touchant à leur enseignement ; ce fut l'une des originalités fondatrices des IREM que de les impliquer dans des groupes de travail, accompagnés par des animateurs habitués aux exigences de la rédaction scientifique, avec pour objectif de publier des brochures ou des articles issus de ces travaux, à l'usage de leurs collègues. La masse des travaux ainsi rassemblés dans les IREM est considérable. Ils ont eu un rôle formateur lors de leur parution et constituent une source documentaire d'un grand intérêt.

Les publications des IREM s'adressent tant aux enseignants de mathématiques (des premier et second degrés, d'enseignement général ou professionnel, d'enseignement supérieur), qu'aux formateurs d'enseignants, aux chercheurs en didactique, histoire ou épistémologie des mathématiques. Elles sont utilisées par les étudiants dans leur formation initiale professionnelle ou pour leur initiation à la recherche. Elles présentent de l'intérêt pour toute personne concernée par la pédagogie ou les recherches en éducation. Les thématiques abordées sont très diverses et reflètent la grande variété des missions des IREM sur l'enseignement des mathématiques et des sciences de la maternelle à l'université : rapports sur des activités en classe, histoire des mathématiques, popularisation des mathématiques, connexions avec les autres disciplines...

Voici une classification des productions des IREM, avec une information sur leur nombre pour 2018 :

— "Brochures" (15 en 2019-2020) de 50 à 100 pages, papier ou en ligne ; souvent utilisées pour publier les travaux d'un groupe de travail dans un IREM, par exemple parmi celles de l'IREM&S de Poitiers [**66**], [**67**]. Elles sont aussi utilisées pour des publications des CII (par exemple [**31**], [**35**]).
— "Ouvrages" (11 en 2019-2020) ; utilisés par exemple pour publier les travaux d'une CII ([**13**]) autour d'un thème de travail qu'elle s'est fixé ou bien pour publier des actes de colloques ([**32**]) ;
— "Articles" (35 en 2019-2020), dont certains publiés dans les revues du réseau (cf ci-dessous), ou dans des revues de partenaires de la CFEM, utilisés pour publier synthétiquement la production d'un groupe de travail ou de certains de ses membres sur tout ou partie de leur travail.
— Une cinquantaine de "Documents de travail" par an qui sont souvent en version numérique accessibles en ligne sur le site d'un IREM ; leurs contenus témoignent de l'évolution du travail au sein d'un groupe d'animateurs ; ils sont un entraînement à l'écriture et tiennent lieu de pré-publication.

Ces travaux sons référencés par la CII *Publimath* et son moteur de recherche, commune aux IREM et à l'APMEP, qui établit pour chaque production une fiche qui renseigne sur les références éditoriales et le contenu du document, et fournit si possible un lien vers une version téléchargeable du document, placé le cas échéant dans la bibliothèque numérique des IREM. *Publimath* référence aussi toutes les publications qui

lui sont signalées comme pouvant avoir une utilité concernant l'enseignement des mathématiques dans le monde francophone. Sur les 32 800 fiches établies par *Publimath*, 9 020 proviennent des IREM, parmi lesquelles environ 3 000 sont des brochures ou ouvrages ; environ 600 pour l'enseignement élémentaire, plus de mille pour le collège, de même pour le lycée. 10 000 sont disponibles dans la bibliothèque numérique des IREM. Elles comprennent également environ une centaine de videos et aussi des chapitres dans des actes de colloques, des articles de journaux et différents textes disponibles sur les sites de différents IREM. En moyenne, depuis sa création, chaque IREM a publié 90 brochures ou livres, 155 articles de journaux et 300 ressources autres (situations pour la classe, cours en ligne, vidéos…).

Certaines ressources ont été revisitées récemment, par exemple : pour les retravailler avec l'Inspection Générale de Mathématique pour en faire des ressources officielles, [**100**], [**101**], [**102**], [**103**] ; pour les remettre à l'honneur, l'année du cinquantenaire des IREM par la publication de brèves hebdomadaires reliant une production ancienne et une récente, ou en regard de l'actualité de l'enseignement des mathématiques, [**58**] ; pour en faire un ensemble de ressources choisies cohérentes pour un cycle d'enseignement, [**36**] ; pour les augmenter de ressources numériques, [**34**], [**107**].

À ces publications s'ajoutent ainsi des logiciels ou des ressources-compagnon ou des ressources complexes en ligne (celles de la CII-TICE - 7 en 2019-20 - ou de la CII Épistémologie et histoire citées ci-dessus), des ressources vidéo (par exemple celles de l'IREM de Paris [10], de plus en plus fournies en collections). Plusieurs thèses de didactique ou d'histoire des mathématiques par an sont nourries par le réseau et soutenues par ses membres.

Les publications anciennes du réseau des IREM ont été numérisées et sont accessibles soit en version papier, soit en version numérique en accès libre en ligne sur les sites des IREM, des CII ou par *Publimath*. Les "brochures" et "ouvrages" sont édités par l'IREM lui-même, dans le cadre d'une collection au sein d'un service de presses universitaires (celles de Franche-Comté : PUFC, ou de Limoges : PULIM) ou par des éditeurs privés (ouvrages des CII pour une diffusion plus large).

Les 4 revues du réseau des IREM ci-dessous ont une reconnaissance nationale par le Haut Conseil de l'Évaluation de la Recherche et de l'Enseignement Supérieur [11] (HCERES) qui les a classées soit dans la catégorie "Interfaces" pour les trois premières, soit dans la catégorie "Revues de recherche" pour la dernière. Elles sont numérisées et librement accessibles depuis leurs sites internet dans un délai de deux à trois ans après leur publication. Ce sont des outils de formation initiale et continue des enseignants, de formation de formateurs et pour la recherche.

— *Repères IREM* [12], créée en 1990, 122 numéros (4 par an), 1 178 articles publiés (au 1/05/2021). Elle a pour vocation de servir d'interface entre la communauté des chercheurs, au niveau national ou dans les pays francophones.

10. `https://irem.univ-paris-diderot.fr/videos-de-lirem-de-paris`
11. `www.hceres.fr`
12. `http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique24`

Elle informe les acteurs du milieu éducatif mathématique, mais aussi des disciplines voisines, des travaux et de la réflexion menés en commun entre praticiens et chercheurs, dans les classes ou en formation des enseignants (du premier, du second degré ou du supérieur). Elle privilégie les questions actuelles qui traversent les communautés enseignantes : démarches d'investigation, interdisciplinarité, prise en compte pédagogique du handicap, évaluation par compétences, etc., qu'elles aient trait aux grands débats ou plus simplement aux applications concrètes.

— *Petit x* [13], créée en 1983, 113 numéros ($\simeq$ 3 par an), environ 4 articles par numéro, 650 articles (au 1/05/2021) ; éditée par l'IREM de Grenoble, parrainée par l'ARDM (cf 1.3) et l'ADIREM. C'est une revue de didactique des mathématiques et d'analyse des pratiques enseignantes au niveau de l'enseignement secondaire ou des transitions (primaire/collège, collège/lycée, secondaire/post-bac). Elle diffuse des recherches, réflexions, analyses et comptes-rendus de travaux et d'activités. Les articles publiés contribuent à ce que cette recherche et les pratiques enseignantes se nourrissent mutuellement. *Petit x* poursuit également des échanges internationaux dans le monde francophone dans le domaine de la didactique des mathématiques, avec l'aide des membres étrangers de son comité de rédaction. Elle laisse la place aux articles écrits par de jeunes chercheurs francophones qui y publient des articles en nombre significatif.

— *Grand N* [14], créée en 1973, 107 numéros ($\simeq$ 2 par an), environ 4 articles par numéro (750 au total au 1/05/2021) et des rubriques ; publiée par l'IREM de Grenoble, soutenue par la CII COPIRELEM (cf 1.2). Initialement consacrée à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, elle s'enrichit depuis 1990 de l'apport des autres disciplines scientifiques, et est la seule revue française spécialement dédiée aux sciences dans l'enseignement élémentaire. Son comité de lecture représente tous les corps de formateurs des enseignants du primaire. Cette revue se situe à l'interface entre le champ de la recherche et celui des pratiques professionnelles. Les contenus, ancrés dans la recherche sur l'enseignement des mathématiques et des sciences et dans la formation des enseignants, visent à en faire un réel outil au service des enseignants et des formateurs, en élargissant leur champ de possibles en terme de situations de classe et par des études sur la transition école/collège, ainsi que par des situations transposables au collège.

— Les *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* [15], créée en 1988, 25 numéros, 6 à 10 articles par numéro, 264 articles au 1/05/2021, c'est une revue annuelle de l'IREM de Strasbourg. Elle publie des recherches propres à développer et à stimuler la réflexion sur l'enseignement des mathématiques en direction de tous les types de publics (écoliers, lycéens, étudiants et adultes en

13. `https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/petit-x/`
14. `https://irem.univ-grenoble-alpes.fr/revues/grand-n/`
15. `http://mathinfo.unistra.fr/IREM/publications/ADSC/#c62294`

formation) : recherches concernant la formation initiale et continue des enseignants ; sur l'enseignement dans des contextes socio-culturels variés ; alliant cadre théorique didactique et expérimentation dans le cadre d'un enseignement ; synthèses des recherches menées dans un domaine particulier. Les domaines théoriques de référence sont issus de la didactique des mathématiques mais peuvent aussi prendre appui sur la psychologie cognitive et sur la linguistique.

Certains IREM publient ou ont publié également un journal à portée plus locale : par exemple *Feuilles de vigne* (IREM de Dijon, 130 numéros, jusqu'à 2014) ou l'*Ouvert* (IREM de Strasbourg, jusqu'en 2010, 118 numéros, 606 articles). Enfin, le groupe GREMA (cf 2.7) de l'IREM de Paris diffuse sa lettre [16] qui est devenue le journal de la toute nouvelle Commission Internationale Inter-IREM.

Par ailleurs, de nombreux manuels d'enseignement tirent parti, en les adaptant ou non, des activités élaborées dans les IREM, et la production des IREM apparaît fréquemment dans des revues relevant de partenaires [17] : *MathemaTICE*, éditée par *Sésamath* ; *Recherches en Didactique des Mathématiques*, par l'ARDM ; le *Bulletin Vert* et *Au Fil des Maths* par l'APMEP ; *Educmath*, par l'IFE.

2.3. Lien avec les recherches en didactique, épistémologie et histoire des mathématiques. La recherche en didactique des mathématiques a émergé en France dans les IREM et ces derniers ont profondément influencé son développement. Les travaux que Guy Brousseau (médaille Félix Klein en 2003) a menés pendant plusieurs décennies au COREM, créé à son initiative par l'IREM de Bordeaux, en sont une illustration particulièrement emblématique [18]. Ils ont nourri le développement de la théorie des situations didactiques. De la même façon, ceux de Régine Douady, à l'IREM de Paris, ont porté le développement de la dialectique outil-objet et des jeux de cadre, ceux d'Yves Chevallard à l'IREM de Marseille, celui de la théorie de la transposition didactique, ceux de Raymond Duval à l'IREM de Strasbourg, celui de sa théorie sémiotique, et ceux conjoints de Michèle Artigue (médaille Félix Klein en 2013) à l'IREM de Paris, Jean-Baptiste Lagrange à l'IREM de Rennes et Luc Trouche à l'IREM de Montpellier, celui de l'approche instrumentale de l'intégration technologique. Régine Douady a été présidente de l'ADIREM et Michèle Artigue présidente du CS-IREM.

Les IREM ont profondément influencé la recherche didactique menée en France par leurs modes de fonctionnement et leurs valeurs. Ils permettent aux didacticiens de garder un contact étroit avec la communauté mathématique et nourrissent la sensibilité épistémologique reconnue de cette recherche. Ils assurent aux didacticiens un contact effectif avec le terrain de l'enseignement, celui de la classe, qui se refléte dans leurs problématiques, leurs constructions théoriques, ainsi que dans l'importance méthodologique accordée très tôt à l'ingénierie didactique. Même lorsque la reconnaissance

16. `https://irem.univ-paris-diderot.fr/la-lettre-de-grema`

17. `http://revue.sesamath.net/` – `http://rdm.penseesauvage.com/` – `http://www.apmep.fr/-Le-Bulletin-Vert` – `https://afdm.apmep.fr/` – `http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath`

18. cf interview `http://www.cfem.asso.fr/cfem/ICME-13-didactique-francaise`

institutionnelle de la recherche en didactique a conduit à la création de laboratoires de recherche spécifiques, hors de la structure IREM, dans un certain nombre d'universités, ces laboratoires ont gardé des liens étroits avec les IREM. Et lorsque l'universitarisation de la formation initiale des enseignants (cf 2.4 et III) a fait migrer de nombreux didacticiens vers les nouveaux instituts de formation, les liens avec les IREM sont restés forts. En témoigne la pérennité des deux CII dédiées à la formation initiale des enseignants : COPIRELEM et CORFEM (cf 1.2). Plus généralement, le séminaire national de didactique, la CII Didactique et l'organisation des chercheurs en didactique autour de l'ARDM (cf 1.3) ont toujours travaillé de façon très rapprochée. Cet impact sur la recherche est prolongé par d'autres institutions (par exemple l'Institut Français de l'Éducation - IFÉ) dont les membres peuvent également travailler dans les IREM et dont certains LéA (Lieux d'Éducation Associés) sont des groupes IREM (Montpellier de 2015 à 2018, Grenoble depuis 2021).

Les IREM ont porté une vision collaborative et non hiérarchique du travail entre enseignants et chercheurs. Leur existence a permis une percolation des travaux de recherche au sein des praticiens qui n'a probablement pas d'équivalent dans d'autres disciplines en France. L'implication des IREM dans la formation continue des enseignants a évidemment été essentielle tout comme le travail de recherche appliquée et de transposition des acquis de la recherche plus fondamentale, réalisé au sein des groupes IREM et des Commissions inter-IREM, et irrigant les formations que les IREM proposent, et par conséquent les formations initiales d'enseignants de mathématiques (cf 2.4).

Dès leur création, les IREM ont également pris en compte le besoin que les enseignants de mathématiques acquièrent une culture, qui leur faisait souvent défaut, sur l'histoire de leur discipline et qu'il leur soient fournis des outils et ressources pour faire bénéficier leurs élèves de cette culture. Des groupes de travail spécifiques sur ces questions ont ainsi été créés très tôt dans de nombreux IREM : le mathématicien et historien Jean-Luc Verley (IREM de Paris), dès ses débuts, a voulu proposer aux enseignants et aux élèves l'étude de textes mathématiques originaux ; Jean Dhombres (IREM de Nantes, dont il fut directeur, et président du CS-IREM), avec le souci de soutenir, à travers le travail historique, des approches pluridisciplinaires et une réflexion épistémologique.

Ainsi s'est développée au sein des IREM une recherche spécifique visant à soutenir l'introduction d'une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques de l'école à l'université. Dès 1975, sous la responsabilté d'Evelyne Barbin (IREM de Nantes), la CII "Epistémologie et histoire de Mathématiques" a coordonné ces travaux, devenant rapidement et durablement l'une des plus importantes commissions du réseau, et l'est encore aujourd'hui. Elle s'attache à faire connaître les travaux historiques et en épistémologie des IREM au public des enseignants de mathématiques, mais aussi de sciences physiques et de philosophie, ainsi qu'à un public élargi d'étudiants et d'amateurs de mathématiques, à travers les colloques qu'elle organise tous les deux ans sur un thème spécifique. Les universités d'été que la commission a initiées en 1984 sont ensuite devenues des universités d'été européennes qui alternent avec les colloques du groupe History and Pedagogy of Mathematics (HPM) affilié à ICMI. Evelyne Barbin

a présidé le groupe HPM de 2008 à 2012. Thomas Hausberger et Anne Cortella ont organisé la conférence HPM 2016 à l'IREM de Montpellier.

Les travaux de la CII et plus largement des IREM dans ce domaine ont donné lieu à de très nombreuses publications locales et nationales : monographies sur des thématiques intéressant l'enseignement des mathématiques ou regroupant des expériences d'insertion de leur histoire dans l'enseignement, recueils de textes anciens commentés... Au total la Commission inter-IREM elle-même a publié une trentaine d'ouvrages, édités par les IREM, par l'Institut National de Recherche Pédagogique, par des Presses universitaires ou chez des éditeurs privés. Ces travaux sont internationalement reconnus, grâce notamment à la participation active des membres de la commission aux universités d'été européennes et colloques HPM.

L'ouvrage collectif *Passerelles : enseigner les mathématiques par leur histoire en Cycle 3* ([**107**]) a reçu le "prix du livre de l'enseignement scientifique" 2019 de l'Académie des Sciences. La CII a également édité l'ouvrage *Let history into the classroom* ([**13**]) en anglais afin d'élargir son public à l'international.

2.4. Impact sur la formation initiale. La formation continue des enseignants a été la mission première des IREM, mais ils se sont trouvés aussi impliqués dans la formation intiale des futurs professeurs des écoles primaires ou de l'enseignement secondaire : en 1990, quand cette formation a été restructurée dans des instituts universitaires autonomes (IUFM), il a même été envisagé d'y intégrer les IREM en tant que leurs laboratoires de recherche. Les IREM ont souhaité alors demeurer dans les universités, au plus près des mathématiciens, afin de maintenir leur principe fondateur d'interaction étroite avec la recherche mathématique. Mais les IUFM ont majoritairement recruté leurs formateurs en mathématiques parmi les animateurs IREM, qui ont pu ainsi marquer la formation initiale des enseignants, dont certains sont venus ensuite à leur tour, une fois en exercice, travailler dans un IREM. Cette symbiose a été facilitée quand, en 2006, les IUFM ont été intégrés chacun dans une université, puis en 2013, les IUFM ayant cédé la place aux ESPE, puis en 2019 aux INSPE (cf III), avec un poids grandissant de la recherche dans la formation initiale. Une grande attention est portée à la pérennité de l'implication des IREM dans la nouvelle organisation des études des futurs enseignants ; l'ADIREM s'y emploie avec le Réseau National de ces structures. Certains IREM sont actuellement une sous-structure d'un INSPE (Lorraine et Picardie), et certaines autres INSPE mettent à disposition de l'IREM voisin une partie du temps de travail de leurs enseignants ou enseignants-chercheurs (Paris, Montpellier...).

La recherche, l'analyse de l'état des lieux, l'expérimentation et la réflexion critique sur la formation des formateurs d'enseignants des premier et second degré sont assurées dans le réseau des IREM par la CII COPIRELEM, créée dès 1975 pour le premier degré, et la CII CORFEM créée en 1993 pour le second degré. Leurs colloques annuels assurent la formation des formateurs des INSPE.

Un rôle essentiel des IREM auprès des futurs enseignants est de les convaincre du besoin de l'approfondissement de leur culture et de leur pratique du métier tout au long de leur carrière ; ils les y invitent en particulier en leur facilitant l'accès à ses ressources documentaires (sites internet, bibliothèques...), en les initiant à les utiliser

et plus généralement en leur offrant un cadre adapté à l'alliance de la recherche et de l'activité profressionnelle.

2.5. Influence sur les curricula. Depuis leur création, les IREM ont été associés aux réformes curriculaires qui ont été successivement menées (cf II). Cette association a pris des formes diverses et complémentaires avec notamment :

— le rôle moteur des IREM dans la création et l'animation, à partir des années 1980, des commissions nationales de réflexion successives pour penser à long terme l'évolution de l'enseignement des mathématiques : la plus connue est la CREM dite "Commission Kahane" [**88**].
— la participation régulière d'animateurs IREM de l'enseignement secondaire et supérieur aux groupes d'experts en charge de rédiger les programmes de mathématiques, voire la direction de ces groupes, et les avis systématiquement transmis par le réseau sur les projets élaborés (cf 1.3) ;
— l'interaction privilégiée de l'administration de l'éducation nationale avec certaines CII : les CII Lycée et Lycée Professionnel au sein d'un groupe interdisciplinaire scientifique pour la réforme en cours ; la COPIRELEM pour la mise en place actuelle de la formation universitaire des futurs enseignants en amont de leur formation professionnelle ;
— l'expérimentation des projets de programmes confiée aux IREM : la série des *Suivis Scientifiques* a été accessible aux enseignants dès la mise en place des programmes du collège en 1985 ;
— la mise en place systématique de formations pour soutenir les évolutions curriculaires, la production associée de documents ressources pour les enseignants et l'accompagnement des changements de fonctionnement du système scolaire : par la CII probabilité pour la statistique au lycée en 2000 et les probabilités en 2009 ; dernièrement par les documents officiels issus des travaux des IREM retravaillés avec l'Inspection Générale (cf 1.3) ; par la CII Épistémologie et Histoire et les groupes pluridisciplinaires des IREM pour l'introduction progressive depuis 2009 de travaux interdisciplinaires au lycée puis au collège ; par les IREM pour la création des "labomaths" et la formation des RMC (1.3) ;
— une attention vigilante à l'évaluation des conséquences des curricula et de l'environnement éducatif, incluant un soutien à l'observatoire EVAPM [19], structure d'évaluation mise en place par l'APMEP.

Les travaux pionniers des IREM ont d'ailleurs souvent directement influencé les réformes curriculaires : en 1981 l'évolution profonde de l'enseignement de l'analyse au lycée est portée par les travaux de la CII Analyse ; pour l'introduction actuelle de perspectives historiques dans l'enseignement des maths (2.3) ; pour l'intégration technologique avec la participation au développement de nombreux logiciels dédiés aux mathématiques (Cabri-géomètre, Géoplan et Géospace, puis Dgpad, ou Xcas). De nombreux travaux d'expérimentation et de recherche sont menés dans les IREM autour des technologies informatiques et numériques, coordonnés nationalement par la CII-TICE.

19. `https://www.apmep.fr/-Observatoire-EVAPM-`

Les IREM accompagnent depuis 2009 l'introduction de l'algorithmique dans les programmes de mathématiques : de lycée, puis de primaire et de collège (2016) (II). Cela a poussé à la création de nombreux groupes sur ce thème, qui ont travaillé avec les professeurs de technologie, ont proposé des formations (dont des Diplômes d'Université à Marseille et Grenoble). Un groupe algorithmique est né dans la CII lycée, puis en 2017 d'une CII Informatique (ou CIII), devançant l'introduction en 2019 de nouveaux cours d'informatique au lycée, et l'annonce pour 2020 d'un nouveau statut de professeur certifié d'informatique.

2.6. Actions de popularisation des mathématiques. En marge de leur activité principale de formation des enseignants, les IREM ont progressivement développé des activités de popularisation en direction des élèves, voire du grand public et servent bien souvent d'organe de diffusion aux laboratoires de recherche en mathématiques.

Vers les élèves, l'implication la plus connue des IREM s'effectue par les rallyes mathématiques régionaux (23 dans 20 IREM), mobilisant plusieurs centaines de classes et plus de 51 000 élèves. Certains rallyes dépassent même les frontières : le Rallye Mathématique Transalpin, porté par l'IREM de Franche-Comté, concerne plus de 4 000 classes, du niveau 3 (CE2) au niveau 10 (seconde) en Italie, Suisse Romande, Belgique, au Luxembourg. Les rencontres d'enseignants à l'occasion des rallyes sont aussi l'opportunité de développer des thèmes pour la formation continue des professeurs. Les problèmes proposés lors de ces rallyes et leur analyse ont conduit à la publication des "Panoramath", coordonnée par la CII Pop'Math (7ème volume en 2019 [**33**]).

Les IREM coopèrent avec des enseignants et des associations pour des actions visant à donner aux élèves une autre vision de l'activité mathématique et encourager les études scientifiques chez les filles et dans les milieux sociaux modestes [20] : le salon des jeux du Comité International des jeux Mathématiques (CIJM), le *Kangourou des mathématiques*, les ateliers et congrès MATh.en.JEANS et les Journées ou actions Filles&Maths (cf 1.3). Ils proposent des stages [21] Hippocampe ou MathC2+ qui consistent en l'accueil d'élèves dans les laboratoires de mathématiques à l'université, pendant plusieurs jours consécutifs pour une initiation à la recherche avec des chercheurs, en dehors de la classe ; les élèves réfléchissent sur des problèmes de mathématiques, expérimentent, discutent, débattent et présentent leurs travaux, comme des chercheurs. Initiés en biologie par l'INSERM, les stages Hippocampe ont été adaptés aux mathématiques depuis 2005 par l'IREM d'Aix-Marseille (15 stages par an) et maintenant à Brest, Lyon, Toulouse...

Les IREM participent à des actions nationales annuelles de diffusion des mathématiques et de leurs applications : "Fête de la science" (quinzaine pluridisciplinaire scientifique grand public et scolaires), "Semaine des mathématiques" (sous l'égide du ministère de l'éducation nationale). En 2013, année des "Mathématiques pour la planète terre", les IREM ont produit des ressources autour de ce thème, et en 2015 le "Forum Mathématiques Vivantes" a été organisé à Paris, Lyon et Marseille, en appui

20. `https://www.cijm.org/` – `http://www.mathkang.org/default.html`

21. `http://www.irem.univ-mrs.fr/Hippocampe` – `http://eduscol.education.fr/pid23341-cid54958/mathc2.html`

sur les trois IREM correspondants, et en 2017 à Lille, Rennes, Lyon et Toulouse. Ces forums ont mobilisé plusieurs centaines d'enseignants et de chercheurs et accueilli de très nombreux visiteurs. Les IREM ont participé en 2019-2020 au comité de pilotage de l'Année des mathématiques, (ch. I, section 5.2)

Des expositions ont par ailleurs été créées par les IREM, attirant des enseignants avec leurs élèves et le grand public : l'exposition *Regards sur les mathématiques-Itinéraires méditerranéens*[22] (IREM d'Aix-Marseille) a été traduite en anglais pour HPM2016 ; l'IREM de Grenoble conçoit les animations et expositions du musée *La grange des maths*[23] ; l'IREM de Montpellier diffuse l'exposition"Pourquoi les Maths ?" créée sous l'egide de l'UNESCO avec la participation de ICMI.

Enfin les IREM sont fortement associés à d'autres acteurs de la médiation scientifique et de la promotion de sa culture[24]. Le consortium *Animath* a participé à la CII Pop'math, tout comme la société *Plaisir Maths* et le CIJM (Comité International des Jeux Mathématiques). Plusieurs groupes de travail sont communs depuis 2017 entre des IREM et le site *CultureMath* de l'Éducation nationale avec l'ENS de Paris qui diffuse de la culture à destination des professeurs. Certains membres du comité éditorial de *Image des Maths* (voir section 4 du chapitre VI) sont issus du réseau.

2.7. Le réseau international. Dès les années 70 les IREM ont noué des collaborations avec des universités à l'étranger développant la formation des enseignants, afin de valoriser des structures sur leur modèle dans ces universités : d'abord en Afrique Francophone avec la naissance d'un IREM à Madagascar, puis à Dakar (Sénégal), devenu IREMPT[25] (Mathématiques, Physique, Technologie) ou encore à Niamey au Niger. Actuellement encore des structures de type IREM tendent à s'ouvrir : l'IREM/UPC à l'Université Pédagogique Nationale (UPN) de Kinshasa (République Démocratique du Congo) en 2014, avec l'appui du GREMA (IREM de Paris). D'autres sont nés en Amérique Latine : l'IREM de Lima[26] (Pérou), qui a des échanges privilégiés avec l'IREM de Caen, a organisé son 9ème colloque international sur l'enseignement des mathématiques (2018).

Le réseau se développe avec pour objectif d'impulser des échanges de formateurs, de chercheurs sur l'enseignement des mathématiques et la création de ressources collectives. Le projet PReNum-AC – Production de Ressources Numériques pour l'enseignement des Mathématiques au secondaire en Afrique Centrale (`http://prenumac.free.fr/`, 2012-2015) a visé la formation des enseignants aux usages des technologies pour l'enseignement (TICE), des outils en ligne, et à la didactique des mathématiques. Il a impliqué des enseignants en formation et des formateurs du Cameroun et de la République du Congo, et produit un nombre important de ressources pour la classe de terminale. Il a été suivi de PReNum-AC micro (2017-2018) pour l'expérimentation de

22. `http://www.irem.univ-mrs.fr/expo2013/english.html`
23. `https://www.echosciences-grenoble.fr/articles/la-grange-des-maths`
24. `https://www.animath.fr/` – `https://www.plaisir-maths.fr/` – `https://www.cijm.org/` – `http://culturemath.ens.fr/` – `http://images.math.cnrs.fr/`
25. `https://irempt.ucad.sn/`
26. `http://irem.pucp.edu.pe/`

micro-serveurs pour l'accès des élèves sans connexion internet à des bases d'exercices en ligne, des ressources PReNum-AC et des logiciels pour la classe.

Deux rassemblements ont eu lieu visant à fédérer les activités dans les IREM ou dans des structures du même type. En 2016 à Strasbourg a eu lieu le colloque international "Formation des enseignants de mathématiques, ici et ailleurs", avec 80 participants venant de plus de dix pays. Il marque la création du réseau international des IREM et a conduit à la création d'une liste de diffusion internationale et d'un télé-séminaire. La lettre de GREMA est devenue celle du réseau international. L'Algérie s'est lancé depuis cette période dans la création d'IREM.

Une autre rencontre a eu lieu en marge du colloque EMF2018, avec des interventions sur les actualités, les projets, les collaborations et les difficultés en Côte d'Ivoire, au Sénégal, à Madagascar, en Algérie, en République Démocratique du Congo ou encore au Brésil. En Hongrie a été créé un groupe IREM miroir d'un groupe de l'IREM Paris Nord, soutenu par l'Académie des Sciences de Hongrie. Des séminaires communs permettent aux animateurs des deux groupes de se rencontrer et développer des collaborations.

Les relations d'échanges de ressources, voire de formateurs entre les IREM et des structures équivalentes à l'étranger favorisent les actions de popularisation des mathématiques dans ces pays. L'IREM d'Aix-Marseille favorise actuellement le développement des stages *Hippocampe* (voir 2.6) dans l'Unité Mixte Internationale IMPA-CNRS à Rio de Janeiro ou au département de mathématiques de l'Université de Rome (`http://www.matteoacclavio.com/HippocampeProject.html`).

2.8. Ouverture sur les autres sciences. Bien que reconnus au niveau national et international, aucune structure comparable aux IREM n'a été créée pour les autres sciences en France. Il a plutôt été décidé localement de confier aux IREM les tâches, sur les STEM en particulier, impliquant une relation étroite entre universitaires et monde scolaire autres que de formation initiale (valorisation, actions de développement professionnel, lien lycée université).

Si le développement de groupes sur l'histoire et la philosophie des mathématiques, donc aussi des sciences, était naturel, c'est surtout en raison de modification des curricula de mathématiques et des liens devenus nécessaires avec les enseignants d'autres sciences que des groupes pluridiciplinaires scientifiques se sont créés dans les IREM (cf 2.5) : pour soutenir les travaux interdisciplinnaires de recherche personnelle, au lycée puis au collège (abandonnés depuis), ainsi que l'introduction de l'algorithmique puis de l'informatique dans les curricula. À l'instar de l'IREMPT de Dakar (2.7), quelques IREM ont alors commencé à faire apparaître les sciences dans leurs missions (par exemple avec la création d'un groupe pluridisciplinaire pour la formation initiale des enseignants de sciences à Montpellier), puis à devenir IRES (pour l'Enseignement des Sciences) : Toulouse et Orléans en 2015.

En 2016, le ministère de l'Éducation nationale a donné aux IREM des moyens supplémentaires pour créer des groupes de recherche d'autres sciences, en particulier pour palier les difficultés de l'enseignement des sciences au lycée issues des programmes de 2009-2011. Ce sont maintenant (en 2019-2020) 36 enseignants et 39 chercheurs

physiciens et/ou chimistes interviennent dans 22 groupes, 23 enseignants et 15 chercheurs biologistes et/ou géologues dans 9 groupes et 22 enseignants et 53 chercheurs informaticiens dans 25 groupes. Plusieurs Universités envisagent ainsi de demander à leur IREM de devenir IRES ou IREM&S, ou encore IREMI (Mathématiques et informatique), changement préconnisé par la Conférence des Doyens d'Universités Scientifiques. L'IREM de Poitiers est devenu IREM&S en 2017, l'IREM de Montpellier deviendra normalement IRES en 2021, l'IREM de La Réunion deviendra IREMI en 2021, et un IREMI doit naître à Mayotte, en lien étroit avec celui de La Réunion.

Une attention particulière est portée à garder l'âme des IREM dans cette importante évolution.

3. Les acteurs du réseau

Le fonctionnement du réseau des IREM est très décentralisé.

Les présidentes de l'ADIREM et CS-IREM (cf 1.2, actuellement Anne Cortella, enseignante-chercheure en mathématiques à Montpellier, et Christine Proust, Chercheure CNRS en histoire des mathématiques à Paris) ont une fonction importante de gestion, de coordination, de dialogue avec les autorités ministérielles, académiques et universitaires, et de représentation du réseau.

Mais le réseau puise sa force de son accessibilité et de la multiplicité et de la diversité des personnes co-organisant ses activités : professeurs de tous niveaux, universitaires, chercheurs, formateurs d'enseignants. Leurs responsabilités ne dépendent pas de leurs statuts et peuvent prendre de multiples formes :

— organisation de groupes de recherche, de CII, de formations (plus de 300 personnes) ;
— responsabilité d'édition, de publication ou ou de rédaction (Yves Ducel en Franche-Comté, Michèle Gandit à Grenoble, Mohamed Athlagh à Strasbourg...) ;
— responsabilité de sites ou de coordination de l'information numérique (Jérôme Germoni à Lyon, Hombeline Languereau en Franche-Comté, Vincent Paillet en Centre-Val de Loire, Jean-Louis Maltret à Marseille...) ;
— organisation de colloques et de séminaires (Christian Mercat pour le séminaire international à Lyon, 12 personnes pour les séminaires locaux, des membres d'IREM ou de CII pour les colloques) ;
— direction d'IREM, présence dans les conseils (d'IREM, au CS-IREM) ;
— Organisateurs de rallyes, de médiation scientifique (plusieurs dizaines de personnes)...

On peut estimer à plusieurs centaines le nombre de ces personnes à un temps donné, et donc à plusieurs milliers depuis leur création.

Malgré la lourdeur des tâches, souvent assumées en surplus des activités d'enseignement ou de recherche et en dépit des difficultés matérielles qui se sont accumulées ces dernières années (baisse des subventions publiques, réduction des moyens dévolus par les universités, diminution des possibilités offertes par les rectorats pour la présence d'enseignants dans les groupes et les stages de formation continue...), il n'est jamais difficile de trouver des volontaires pour suggérer des thèmes de travail ou mettre en

place des stages, tant est forte la conviction que les actions des IREM sont indispensables et tant est bien ancrée la certitude que ces actions sont menées dans une grande liberté.

VI Popularisation et activités périscolaires

Les activités de diffusion des mathématiques visent à les promouvoir auprès d'un large public, les démocratiser, informer sur leur utilité, leur beauté, leurs enjeux, et mettre en évidence le plaisir qu'on peut avoir à les pratiquer. Ces activités contribuent à susciter des vocations vers les différentes sciences en développant une relation plus sereine avec la discipline. Elles participent à l'éducation et justifient l'investissement public dans ce domaine des mathématiques. En ce qui concerne les activités périscolaires, il s'agit à la fois de stimuler les jeunes passionnés par les mathématiques et de faire évoluer l'attitude de ceux qui s'en méfient, montrer à ceux-ci que « les maths sont autre chose que ce que vous croyez » en mettant en évidence que, loin des contraintes de la classe et du poids des notes, faire des mathématiques comporte une dimension ludique et apporte de grandes satisfactions. On constate souvent que mis dans une situation qui favorise et valorise son inventivité, dégagé de la peur de « dire une bêtise », intégré dans une équipe de travail et étant assuré qu'une erreur n'est pas une faute, l'élève peut opérer un véritable déblocage dans son attitude de passivité ou de rejet devant les mathématiques. L'élève est alors en mesure de s'approprier le sujet. Pour celles et ceux qui ont déjà du goût pour les mathématiques, ces activités périscolaires ne peuvent qu'augmenter leur motivation en leur faisant découvrir toute la richesse des mathématiques et de leurs applications.

Alors que les activités de diffusion des mathématiques, comme des sciences en général, avaient jusque dans les années 1980 un impact limité, en dehors évidemment du Palais de la Découverte, la situation a beaucoup évolué depuis, avec une floraison d'activités diverses. Elles ont reçu récemment une reconnaissance institutionnelle par la place qui leur est accordée dans le « Plan mathématiques » mis en œuvre en 2018 par le Ministère chargé de l'éducation nationale à la suite du rapport « Villani-Torossian » [**149**].

La présentation que nous faisons ici, sans être exhaustive, essaie de donner une description aussi complète que possible du type d'activités organisées en France en matière de popularisation des mathématiques. Beaucoup de ce qui s'y fait est similaire à ce qui existe ailleurs. Néanmoins, il y a quelques spécificités qu'il est utile de souligner dans cette introduction :

1) la volonté de ne pas réserver ces activités aux jeunes talentueux, mais de s'adresser à tous les publics, notamment aux jeunes de milieux défavorisés et aux filles ;

2) la place importante de projets dans lesquels les jeunes sont mis eux-mêmes en situation de recherche, dans le cadre d'un travail collectif, souvent sans dimension de compétition ;

3) la présence de structures nationales permettant une coordination et une collaboration entre les différentes initiatives.

1. Quels publics ?

Les actions de diffusion concernent en principe l'ensemble de la population, et notamment l'ensemble des jeunes d'âge scolaire. Certains publics sont néanmoins visés plus spécifiquement :

- les jeunes intéressés par les mathématiques et en particulier, mais pas seulement, les jeunes talentueux ;
- les jeunes de milieux défavorisés ou vivant à l'écart des villes universitaires ;
- les filles.

2. Quelles activités ?

2.1. Clubs de mathématiques, rencontres, écoles d'été et stages. Dans de nombreux collèges et lycées (3500, soit environ 25% du total), et dans quelques universités, fonctionnent des clubs et ateliers entièrement ou partiellement dédiés aux mathématiques. Parmi eux, les ateliers MATh.en.JEANS, des clubs de préparation aux compétitions mathématiques, des clubs de jeux mathématiques pour les plus jeunes, des clubs d'astronomie...

Plusieurs types de stages et écoles d'été sont organisés pendant les vacances. Les stages labellisés MathC2+ s'adressent à des élèves motivés des classes de 4e, 3e, 2nde et 1ère, sur la base du volontariat [1]. Sont plus particulièrement visés les élèves qui ne bénéficient pas d'un environnement propice au développement d'un projet d'études scientifiques à long terme et les filles. Ils font découvrir les mathématiques autrement, avec une large part donnée au travail en groupes. Le stage « Mat' les vacances », pour des élèves de 1ère et de Terminale, s'adresse au même public. Des écoles d'été, dont certaines attirent un public international, sont proposées, ainsi que des stages de préparation olympique principalement coordonnés par l'association Animath.

Organisées par les associations *femmes et mathématiques* et Animath, deux autres actions s'adressent à un public composé exclusivement de filles. Chaque année, lors d'une quinzaine de journées « Filles, maths et informatique : une équation lumineuse », près de 1500 collégiennes et lycéennes un peu partout en France, assistent à une conférence donnée par une mathématicienne ou une informaticienne, échangent sur les métiers scientifiques, participent à une pièce de théâtre-forum pour prendre conscience des stéréotypes de sexe, et rencontrent des femmes engagées dans des carrières scientifiques lors d'un speed-meeting (la section 5 donne plus de détails). Les Rendez-vous des jeunes mathématiciennes et informaticiennes, dont sept ont été organisés en 2020, rassemblent à chaque fois une vingtaine de lycéennes sur un programme de conférences, rencontres et discussions, et un travail en groupe sur des problèmes ouverts.

2.2. Musées scientifiques, expositions, forums, salons. Au Palais de la Découverte et à la Cité des Sciences, situés à Paris, s'ajoutent des centres dédiés dont de nombreux en province, comme la Maison des Mathématiques et de l'Informatique (MMI) de Lyon, la Maison de Fermat (près de Toulouse) ou la Grange des Maths (au sud de

1. `https://smf.emath.fr/la-smf/mathc2plus`

Grenoble), et d'autres en devenir comme la Maison Poincaré (à Paris). Des expositions, dont certaines sont itinérantes, sont proposées par les CCSTI [2] et par des associations ou des structures institutionnelles. Des forums et salons mathématiques sont également proposés combinant mises en activité, démonstrations et expositions : Salon de la culture et des jeux mathématiques à Paris, Forum des mathématiques à Aix-en-Provence, Jeux, Fête et Maths à Eaubonne, Math'Gic à Gennevilliers, Festival « Les Maths dans tous leurs états » à Castanet-Tolosan, etc.

Crée en 2000 à l'occasion de l'Année mondiale des mathématiques, le Salon de la culture et des jeux mathématiques s'est tenu presque exclusivement Place Saint-Sulpice à Paris, vingt années consécutives, sur 3 ou 4 jours au mois de mai. La pandémie a conduit à ce qu'il se tienne de façon virtuelle en 2020 et 2021, permettant de toucher un large public distant [3].

2.3. Conférences publiques et interventions de chercheurs dans les établissements scolaires. Plusieurs cycles de conférences sont organisés : *Mathematic Park* ; *Soirées Mathématiques de Lyon* ; *Un texte, un mathématicien* ; *Une invention, des mathématiques* ; *les Cafés de la Statistique*. Certains laboratoires de recherche organisent des conférences dans les établissements scolaires ; des chercheurs et chercheuses y font aussi des interventions autour de manipulations d'objets mathématiques (Laboratoire de mathématiques d'Amiens, Labosaique à Caen, MathàLyon, Maths à Modeler à Genoble, Maison des Mathématiques de l'Ouest à Nantes). Chaque année pendant la troisième semaine de mars (incluant le 14 mars), à l'instigation du Ministère chargé de l'éducation nationale, a lieu la Semaine des mathématiques avec de nombreuses actions dans les établissements scolaires. Les laboratoires de mathématiques participent à des évènements multiscientifiques nationaux ou internationaux comme la Fête de la science ou la Nuit des chercheurs.

2.4. Publications, sites web. Outre les magazines scientifiques généraux (*La Recherche*, *Pour la science*, *Sciences et avenir*, *Science et vie*, *Science et vie junior*, *Cosinus*), existent deux magazines spécifiquement dédiés aux mathématiques : *Tangente* et *Quadrature*. Du côté des sites : « Images des mathématiques », proposé par le CNRS, est centré sur la diffusion de la recherche (voir section 4) ; « CultureMath » s'adresse plus particulièrement aux professeurs ; La Maison des Mathématiques de l'Ouest (virtuelle) vise à fédérer les initiatives de diffusion dans les Pays de Loire ; « Florilège » essaie de rassembler ce qui touche à la popularisation des mathématiques. Parmi les chaînes francophones YouTube : AuDiMath, Micmaths, les 5 min Lebesgue, Science4All, Chat Sceptique, El Jj.

2.5. Compétitions mathématiques en temps limité, Olympiades. Des compétitions mathématiques sont organisées. S'adressent à tous : le concours Mathador de calcul mental (premier degré et collège), le Kangourou (tous niveaux), les rallyes mathématiques (organisés régionalement, principalement par équipe, au niveau premier degré et collège), le concours Alkindi de cryptographie (classes de 4e, 3e, 2nde), les

2. Centres de culture scientifique, technique et industrielle

3. `https://salon-math.fr`

Olympiades nationales de mathématiques (niveau 1ère). Sur sélection : le Concours général de mathématiques (Terminale), la coupe Animath (fin de collège et lycée), et en informatique : le Castor informatique et Algoréa (tous niveaux)

2.6. Initiation à la recherche. Plusieurs actions sont menées pour mettre des élèves de collèges ou de lycées en situation de recherche, dont les ateliers Math.en.Jeans, le TFJM² et les stages Hippocampe. Des détails sont donnés dans la section suivante.

2.7. Théâtre et arts plastiques. Plusieurs troupes de théâtre proposent des spectacles autour des mathématiques : les compagnies Terraquée et l'Ile logique, à vocation pédagogique et ludique. Les spectacles offerts par la Comédie des Ondes et LAPS/équipe du matin sont focalisés sur les inégalités et les stéréotypes de sexe. Des expositions mettant en évidence la dimension artistique des objets et concepts mathématiques sont proposées, notamment par l'association « European Society for Mathematics and Arts ».

3. Exemples d'activités d'initiation à la recherche

3.1. MATh.en.JEANS. Cette association permet à des élèves d'un ou deux établissements jumelés de travailler de façon coopérative durant l'année, sur un sujet de recherche proposé par un chercheur ou une chercheuse, avec un ou une enseignante référente. Les deux établissements jumelés se rencontrent 3 à 4 fois lors de séminaires durant l'année pour confronter leurs résultats et leurs recherches, ceci en présence de « leur » chercheur. Au printemps, les élèves (en commun avec leurs jumeaux) présentent leurs résultats durant l'un des congrès annuels (9 en France et 3 à l'étranger), moment fort du dispositif. Ces congrès sont l'occasion pour les élèves de découvrir l'univers de l'enseignement supérieur. Ils assistent à deux ou trois conférences données par des chercheurs en mathématiques Puis elles et ils rédigent un article, inclus dans les actes du congrès. À noter qu'il n'y a aucune compétition, aucun prix : la récompense est la participation au congrès et la présentation des résultats obtenus.

Pendant les deux dernières années, malgré l'impossibilité de réunir les élèves dans ces congrès, les ateliers MATh.en.JEANS ont pu présenter leurs résultats au cours de congrès virtuels qu'on peut revoir sur la chaine Youtube de l'association : ces vidéos constituent des ressources importantes pour les professeurs. Ces congrès virtuels ont permis de réunir des ateliers de Hong Kong à San Francisco en passant par la Roumanie, la Tunisie (et la France). Par ailleurs dans le cadre de la réforme récente du lycée et du baccalauréat, l'expérience MATh.en.JEANS est une bonne préparation des élèves à l'épreuve du « Grand oral ».

3.2. TFJM². Le Tournoi français des jeunes mathématiciennes et mathématiciens existe depuis 2011, organisé par Animath en collaboration avec de nombreuses structures d'enseignement supérieur et de recherche. Ce tournoi est destiné aux élèves de lycée. Dans le cadre du TFJM², des équipes de six élèves sont formées dans des lycées ou parfois en regroupant plusieurs lycées. Des problèmes ouverts leur sont proposés en janvier, sur lesquels ces équipes travaillent pendant plusieurs mois. Elles présentent

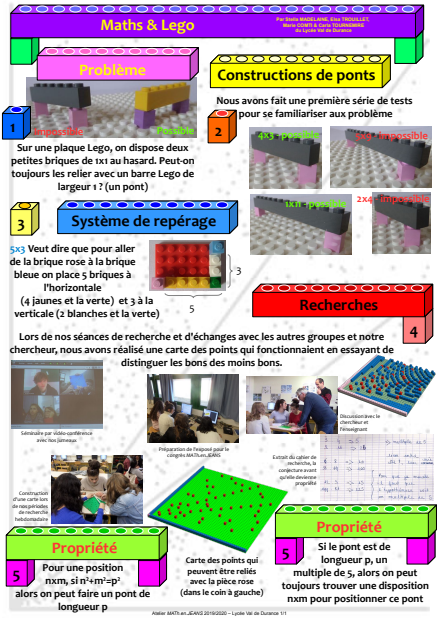


FIGURE 1. Poster réalisé en atelier MATh.en.JEANS

leurs résultats en les soumettant à la critique des autres équipes lors de tournois régionaux (voir les détails sur le site `https://tfjm.org/`). Les meilleures équipes participent au Tournoi national, et la meilleure ou les deux meilleures à l'International Tournament of Young Mathematicians (ITYM). Une version à distance du TFJM², les Correspondances mathématiques, a été lancée en 2018.

3.3. Stages Hippocampe. Les stages Hippocampe ont été inventés par des chercheurs biologistes, pour faire vivre une expérience de recherche à des lycéens ; ils ont été adaptés aux mathématiques depuis 2005 à l'IREM de Marseille ; il y a chaque année depuis 2006 entre 12 et 18 stages à Marseille, plus de 200 au total depuis la création, avec des classes de multiples lycées et collèges, de la 4ème à la terminale. Cette expérience a essaimé depuis dans d'autres universités, à Brest, Nice, Amiens, Toulouse entre autres, ainsi qu'à l'étranger.

Durant un stage Hippocampe, une classe entière est accueillie à l'université pendant 3 jours, en général du lundi au mercredi, et travaille sur des problèmes de recherche portant sur un sujet mathématique (par exemple, modèles du calcul, jeux mathématiques, objets fractals, mathématiques discrètes, optimisation, mathématiques et musique, l'infini...) ; les élèves travaillent en petit groupe pendant 2 jours et demi, et présentent leurs résultats sur un poster dans l'après-midi du dernier jour.

FIGURE 2. Posters réalisés lors de stages Hippocampe

Ces stages, qui ont aussi été faits dans l'école de la seconde chance (une école pour les élèves décrocheurs), donnent aux élèves une autre vue des mathématiques, et leur permettent de travailler dans des conditions plus proches d'un travail de recherche. Ils donnent aussi aux enseignants de lycée l'occasion de voir une autre pratique du problème ouvert.

On trouvera sur le site `https://hippocampe.irem.univ-mrs.fr/` la (longue) liste des sujets abordés depuis 2010[4], une plaquette qui montre des posters réalisés lors de ces stages et, dans la rubrique "communications et publications", quelques documents présentant ces stages plus en détail ; on peut signaler en particulier le mémoire de master de Clara Errico, qui contient une bibliographie complète sur le sujet et une analyse du dispositif dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique.

4. Un site de diffusion de la recherche : *Images des mathématiques*

Images des mathématiques est une revue électronique née en 2009 qui a pour ambition de présenter la recherche mathématique et le métier de mathématicien à l'extérieur de la communauté scientifique. Tous les articles sont écrits par des chercheurs en mathématiques et aucun article n'est écrit pour les chercheurs. Après douze ans d'existence et plus de 3000 articles originaux, ce sont environ 5000 visiteurs qui parcourent quotidiennement le site. Et certains d'entre eux participent activement à la vie du site, notamment par leur travail de relecture en amont de la publication des articles. *Images des mathématiques* est avant tout une grande aventure collective, soutenue par le réseau Audimath du CNRS et hébergée par Mathrice[5], impliquant des chercheurs, des enseignants-chercheurs, des professeurs, des étudiants, des amateurs... et plus généralement toutes les personnes qui aiment les mathématiques.

L'une des marques de fabrique d'*Images des mathématiques* est d'accorder une place de premier choix à la recherche contemporaine. Il y a là un challenge à relever pour l'ensemble de la communauté mathématique, peut-être plus difficile encore que dans les autres sciences car les mathématiques peuvent rapidement devenir très abstraites et les mathématiciens ne sont en général pas suffisamment habitués à expliquer leurs travaux au public général. *Images des mathématiques* est un site qui veut pallier ce problème en instaurant une meilleure communication entre les chercheurs et le public. La revue entend ainsi éclairer les aspects mathématiques de la recherche contemporaine, mettre en évidence les dimensions historiques, culturelles et sociologiques.

4.1. Niveau mathématique des articles. Pour que le lecteur puisse choisir sa lecture en fonction de son niveau mathématique, la revue affiche chaque article avec une couleur :

— **Piste verte** : articles « grand public », sans connaissance particulière requise en mathématiques.
— **Piste bleue** : articles un peu plus difficiles, mais restant lisibles sans problème si on se souvient un peu de ses cours de maths à l'école.

4. Voir "les stages" de l'année en cours et les "archives des années précédentes"
5. Portail national du CNRS pour les mathématiques

— **Piste rouge** : articles nécessitant un certain bagage mathématique, *a priori* du niveau d'une terminale scientifique d'aujourd'hui.
— **Piste noire** : articles demandant des connaissances plus pointues, sans pour autant être des articles de niveau recherche. Ils sont en principe accessibles à un élève de classe préparatoire scientifique.
— **Hors-piste** : articles plus rares demandant des connaissances encore plus pointues. Ils sont en principe accessibles à un niveau licence-master de maths.

4.2. Quelques unes des rubriques du site. *Images des mathématiques* est constitué d'un certain nombre de rubriques, voici une description succincte de quelques-unes d'entre elles.

— *Échos de la recherche.* Les articles, écrits par des mathématiciens et destinés à des non-mathématiciens, essaient de montrer ce que peut être la recherche mathématique contemporaine sous des aspects aussi variés que possible.
— *L'objet du mois.* Cette rubrique présente quelques objets parmi les plus importants, les plus beaux, les plus utiles, voire les plus étonnants, allant du très concret au très abstrait. Même anciens, ils restent d'actualité dans la recherche comme (contre-)exemples, comme outils ou comme source d'inspiration.
— *La conjecture du trimestre.* Les mathématiques fourmillent de problèmes ouverts et de conjectures, en attente parfois depuis des siècles de solutions ou de démonstrations formelles. Ces défis, qui sont aussi l'un des moteurs de la recherche mathématique, peuvent et doivent être plus largement connus. L'objet de cette rubrique est d'en présenter un ou plusieurs chaque trimestre, en mettant l'accent sur une large accessibilité.
— *Images et visualisation.* Dans cette rubrique, on trouve des illustrations de situations voire d'objets mathématiques dont certains sont au cœur des recherches actuelles. Nous donnons également toute leur place aux travaux artistiques mettant en œuvre des connaissances mathématiques.
— *En sortant de l'école.* La rubrique s'adresse à tous ceux, petits et grands, qui souhaitent s'amuser tout en faisant des mathématiques, autour de thèmes parfois oubliés des programmes scolaires.
— *Histoire des mathématiques.* Comment les questions, les concepts, les résultats et les théories prennent-ils forme et se transforment-ils ? Comment les mathématiques s'inscrivent-elles dans la société et dans leur temps ? Que peut-on trouver dans les écrits du passé ? Pourquoi les mathématiciens et d'autres se sont-ils au fil du temps intéressés à l'histoire et à la philosophie de leur discipline ? La rubrique accueille des articles sur l'ensemble de ces questions.
— *Café des maths.* Cette rubrique vise à établir avec le lecteur une relation d'égal à égal pour y parler, comme autour d'une tasse de café, de mathématiques de façon informelle. C'est un lieu où les internautes peuvent venir réagir, échanger ou lancer un débat sur un mot ou une expression qui suscite des questions.
— *Mathématiques, portraits.* Cette rubrique se propose de présenter des hommes, des femmes, des lieux, tous liés aux mathématiques et à la recherche mathématique, tous différents, naturellement.

— *La revue de presse.* L'équipe de la revue de presse concocte chaque début de mois un tour d'horizon de la presse assez exhaustif. Un immense travail très apprécié.
— *Le concours de BD.* Chaque année, *Images des mathématiques* propose à ses lecteurs un concours de bandes dessinées et décerne divers prix aux gagnants. Le concours n'a cessé de gagner en popularité au fil des années.

Le site *Images des mathématiques* est désormais bien installé dans le paysage de la diffusion mathématique, même si beaucoup de chemin reste encore à parcourir pour toucher un public plus large, notamment les lycéens et les enseignants du secondaire.

5. Les journées "filles, maths et informatique : une équation lumineuse"

Les associations *femmes et mathématiques* et Animath organisent les journées "filles, maths et informatique : une équation lumineuse" avec le soutien de la Fondation Blaise Pascal.

Plus les études comportent de maths ou d'informatique, moins il y a de filles. Nous sommes convaincus que ce n'est pas une histoire de cerveau. Et nous mettons en avant 3 raisons principales : l'omniprésence des stéréotypes sociaux de sexe, le manque de modèles d'identification et la méconnaissance des métiers vers lesquels débouchent ces études. Ces journées ont donc pour objectifs d'amener les participantes à repérer les stéréotypes sociaux de sexe pour tenter de s'en affranchir, découvrir des modèles d'identification accessibles, mieux connaître les métiers des mathématiques, de l'informatique et le secteur du numérique. Elles s'adressent aux filles, de la troisième à la

FIGURE 3. Annonce d'une journée "filles, maths et informatique : une équation lumineuse"

terminale avec « coloration » scientifique » et rassemblent jusqu'à 120 participantes dans un établissement d'enseignement supérieur. Chaque année, nous organisons environ 15 journées à travers toute la France et nous voulons les démultiplier de manière à

toucher les filles éloignées géographiquement et/ou celles de milieu social ou culturel défavorisé.

Le programme d'une journée est structuré autour de quatre temps forts :

– une conférence de mathématiques ou d'informatique donnée par une jeune chercheuse ou ingénieure,
– un atelier sur les stéréotypes sociaux de sexe en lien avec les maths et l'informatique et/ou les métiers liés à ces domaines, ou un atelier sur les métiers des mathématiques, et de l'informatique,
– un speed-meeting, rencontre en petits groupes avec des femmes ayant étudié les mathématiques ou l'informatique, ou travaillant dans ces domaines,
– une pièce de théâtre-forum : d'abord jouée par des comédiens et comédiennes, elle met en scène une lycéenne à l'heure des choix d'orientation et aux prises avec le monde qui l'entoure, puis la meneuse de jeu instaure un dialogue critique sur les comportements des personnages et propose à des filles de rejouer certaines scènes.

Ces journées sont réservées aux filles afin de leur donner la possibilité de prendre la parole facilement et de réfléchir sereinement à leur choix d'orientation, à leur future vie professionnelle, sans avoir de rôle à jouer sous le regard des garçons.

En prolongement de la journée, nous proposons aux filles plusieurs documents : le Zoom Métiers des mathématiques, de la statistique et de l'informatique, un document avec des ressources sur les mathématiques et l'informatique ainsi que sur l'orientation et une brochure destinée à leurs parents. Nous leur suggérons de présenter ce qu'elles ont fait pendant la journée à leurs camarades, filles et garçons, qui n'y ont pas assisté. Nous leur offrons aussi la possibilité d'être marrainées par une femme scientifique pendant une année.

Pour en savoir plus, se connecter sur le site de *femmes et mathématiques* :
`https://femmes-et-maths.fr/de-lecole-au-lycee/filles-et-maths-une-equation-lumineuse/`

6. Actions internationales d'Animath

L'association Animath développe depuis 2010 une activité internationale fondée sur la création et le suivi de clubs lycéens périscolaires, avec comme objectif de motiver les élèves à entreprendre des études supérieures scientifiques et d'éveiller leur intérêt pour de futures études en France. Le club lycéen, qui compte à peu près autant de filles que de garçons, se réunit régulièrement en petits groupes pour résoudre des problèmes « exotiques » proposés. Il est encadré par des professeurs locaux et à distance par des mathématiciens français familiers avec le périscolaire. L'esprit est celui d'un séminaire de recherche plutôt que d'une classe de cours. Chaque année le club organise une session intensive d'une semaine à destination d'un public plus large et avec la participation d'Animath.

En Europe, cela a commencé en 2010 par des jumelages de clubs lycéens français et roumains entraînant la participation de la Roumanie au concours par équipe ITYM. Cette coopération franco-roumaine, étendue à la Moldavie, a été reprise, amplifiée et

étendue sur plus de dix lycées de cinq pays européens par MATh.en.Jeans. Cela a donné le Réseau très actif ERASMUS+ « Maths&Langages » avec une forte composante de comparaison et d'enrichissement des méthodes d'enseignement propres à chaque pays. Notons que les acteurs du projet ont rédigé un guide de référence pour tous ceux qui souhaitent ou souhaiteront monter un atelier Maths&Languages [6].

Au Kosovo l'implantation en 2013 d'un club lycéen puis d'un second club au niveau licence, a permis de réaliser des sessions d'été très suivies et à plusieurs élèves de s'engager dans des études de mathématiques jusqu'à la thèse en France, en Allemagne ou aux USA. Animath a initié l'organisation d'une semaine de préparation à l'Olympiade Internationale commune aux trois équipes bulgare, française et roumaine, à Craiova en 2018, à Pierrefonds en 2019.

En Afrique sub-saharienne, dans sept pays francophones, Animath coordonne une trentaine de clubs lycéens de mathématiques périscolaires. Démarrée au Cameroun en 2011, et progressivement étendue à six autres pays (Bénin, Burkina Faso, Congo-Kinshasa, Congo-Brazzaville, Côte d'Ivoire, Sénégal), le soutien d'Animath à une trentaine de clubs se fait depuis 2018 dans le cadre d'une convention avec Campus-France. Chaque année s'y tiennent des « forums mathématiques » lycéens d'une semaine sous forme de stages conviviaux d'initiation à la recherche. Les points forts sont à Kinshasa, au Sénégal et au Cameroun, pays où le partenaire est une ONG de mathématiciens bénévoles, reconnue par le ministère [7]. En 2019 huit sessions dans six pays ont rassemblé environ 450 élèves et une centaine de leurs professeurs. À la fin de chaque session, les élèves rédigent, seuls ou en groupes, leurs propres évaluations. Celles-ci, souvent émouvantes, apportent la preuve du changement profond de leur vision des mathématiques.

Au Sénégal, Animath a signé une convention avec la télévision éducative privée Télé-Ecole et y diffuse depuis mai 2020 des émissions hebdomadaires de mathématiques [8] : problèmes proposés d'une semaine sur l'autre, et vidéos de vulgarisation d'AuDiMaths. Le public régulier est estimé à environ 6000 lycéens. Une seconde convention prévoit que l'ONG camerounaise partenaire Promo-Maths réalise avec l'aide d'Animath des vidéos de mathématiques périscolaires transmises pour diffusion par Télé-Ecole. Ces émissions, toutes libres de droit, pourront être diffusées sur toute l'Afrique francophone.

Et vint le coronavirus. L'arrivée de la pandémie a brusquement cassé la dynamique d'implantation des activités extra-curricula. D'autant plus que peu d'élèves africains disposent du matériel nécessaire et d'accès à Internet. Et que rares sont leurs professeurs ayant acquis l'expérience nécessaire. Malgré cela, au Cameroun Promo-Maths a

6. "Maths&languages guide. Mathematics research workshops held in a foreign language in secondary schools"

7. au Cameroun : Promo-Maths – `www.promomaths.com/` ; au Sénégal : RC2S (réseau des clubs scientifiques du Sénégal) – `https://www.facebook.com/rc2s.sn/?ref=pagew_internal` ; au Congo-RDC : SDI (synergie our le développement intégral du Congo) – `https://www.facebook.com/Synergie-Pour-le-Développement-Intégral-du-Congo-441310016031756/?ref=page_internal`

8. `http://tele-ecole.tv/home/lecteur/7812`

pu organiser en 2020-21 à la fois le concours à distance de cryptographie Alkindi avec 350 participants de 13 à 15 ans, et présenté deux équipes – junior et sénior – à l'Olympiade Francophone de Mathématiques (OFM) mise en œuvre par Animath, avec deux médaillés de bronze parmi les séniors.

Quand seront redevenus possibles les voyages depuis la France et les réunions des clubs lycéens, Animath envisagera avec ses partenaires africains l'essaimage des initiatives dématérialisées mises en œuvre (Alkindi, OFM, télévision, ...) et la reprise de la patiente implantation des clubs lycéens, en valorisant l'expérience acquise du distanciel.

En Chine, depuis 2014, Animath assure la partie scientifique du concours « Compter avec l'autre », soutenu par l'Ambassade de France et le MENJS, en collaboration avec la China Education Association for International Exchange. Le concours s'adresse aux élèves de seconde en France comme en Chine et permet à une vingtaine de lauréats dans chaque pays de remporter un prix. Trois éditions ont eu lieu en 2014, 2017 et 2019. Les épreuves sont conçues par une équipe franco-chinoise, chaque élève composant dans sa langue. La construction des sujets du concours est l'occasion d'échanger sur l'enseignement des mathématiques en France et en Chine.

Notons qu'en 2020, Animath a participé à la CACIE-2020 (China Annual Conference for International Education & Expo). Une session organisée avec des représentants d'Animath et de MATh.en.JEANS, un enseignant de mathématique français en Chine et des experts chinois a permis des discussions sur les expériences et les méthodes pour développer parmi les jeunes l'esprit de recherche et de curiosité en mathématiques, ceci dans les domaines tant scolaires que périscolaires. La prochaine conférence CACIE-2021 a lieu en octobre 2021 à Pékin [9].

7. Acteurs de la popularisation des mathématiques

Ces activités sont portées par des structures institutionnelles (au sein des universités ou des organismes de recherche et dans les établissements scolaires, musées et centres de science), par des sociétés savantes et associations professionnelles, par des associations dédiées à vocation nationale ou régionale, par des maisons d'édition... Ces structures entretiennent des relations multiples et travaillent fréquemment ensemble. Citons en particulier :

— institutionnels, liés aux grands instituts de recherche : CNRS, INRIA, aux ministères en charge de l'éducation nationale [10] ou de l'enseignement supérieur : IREM, IHP, CIRM, MMI, FMJH, FSMP, Labex Lebesgue, Fondation Blaise Pascal (FBP) ;

— sociétés savantes et associations professionnelles : SMF, SMAI, SFdS, APMEP, *femmes et mathématiques* ;

9. `http://39.104.49.110/f/home/2019?langType=en`

10. On pourra consulter le site Eduscol, rubrique Mathématiques et informatique `https://eduscol.education.fr/2045/culture-scientifique-technique-et-industrielle`

— grandes associations nationales comme Animath, MATh.en.JEANS, Kangourou, Fédération Française des Jeux Mathématiques (FFJM), CIJM, ou régionales [11] : Maths pour Tous, Science ouverte, Maths en Scène, Fermat Science, la Grange des maths, Plaisir Maths... ;
— éditeurs (consacrés aux mathématiques comme Tangente, spécialisés dans le sciences ou plus généralistes) et autres sociétés commerciales.

Quelques personnalités participent également à incarner la popularisation des mathématiques en France, avec des actions diverses (films, chaînes vidéo, spectacles, contes, livres…), on peut penser à Etienne Ghys, Mickaël Launay, Manu Houdart, Houria Lafrance, Marie Lhuissier, Olga Paris-Romaskevich,... il est impossible de les citer toutes et tous.

Donnons quelques éléments sur la fondation Blaise Pascal [12] qui a été créée en 2016. C'est une fondation nationale, qui a pour vocation de promouvoir, soutenir, développer et pérenniser les actions de médiation scientifique en mathématiques et informatique à destination de tout citoyen. Ses actions se tournent plus particulièrement vers les jeunes femmes et les élèves défavorisés socialement et géographiquement. Par exemple, les journées "Filles, maths et informatique : une équation lumineuse" organisées par Animath et *femmes et mathématiques* décrites en section 5 ont le soutien de la FBP. La fondation a pour ambition de changer la perception des mathématiques et de l'informatique en donnant envie aux jeunes d'investir ces connaissances fondamentales, et de replacer ces disciplines au cœur de la formation des nouvelles générations pour anticiper les métiers de demain.

Soulignons le rôle important des IREM qui développent, en marge de leur activité principale de recherche et de formation des enseignantes et enseignants, une importante activité de popularisation des mathématiques (cf. chapitre V, section 2.6), mobilisant plusieurs centaines de classes et plusieurs dizaines de milliers d'élèves, parfois de plusieurs pays, et visant à donner aux élèves et au grand public une autre vision de l'activité mathématique et à encourager les études scientifiques chez les filles et dans les milieux sociaux modestes.

Notons enfin qu'un certain nombre d'initiatives ont été recensées dans le cadre de l'Année des mathématiques (chapitre I, section 5.1), pour laquelle un guide a été édité [**75**]. On y trouvera encore d'autres idées, d'autres concours, comme le concours de BD (bandes dessinées) "Bulles au carré", organisé par la revue en ligne *Images des mathématiques* (voir section 4) et qui a connu sa 10e édition en 2021, ou des prix comme le prix d'Alembert de la SMF, qui vise à encourager la diffusion de la connaissance des mathématiques vers un large public, ou le Prix Tangente des lycéens. À propos de ce prix de littérature mathématique pour les lycéens, signalons la liste Littéramath [13], fruit d'un partenariat entre l'APMEP, Tangente, le réseau des IREM et Publimath.

---

11. `http://www.maths-pour-tous.org/v2/` – `https://scienceouverte.fr/` – `https://lesmathsenscene.fr/` – `https://www.fermat-science.com/` – `https://www.la-grange-des-maths.fr/` – `https://www.plaisir-maths.fr/`
12. `https://www.fondation-blaise-pascal.org/`
13. `https://www.apmep.fr/-Litteramath`

Index

ADD, approche documentaire du didactique, 40
ADIREM, assemblée des directeurs d'IREM, 4
AED, assistant d'éducation, 35
AMIES, agence pour les mathématiques en interaction avec l'entreprise et la société, 10
APMEP, association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public, 4
ARDM, association pour la recherche en didactique des mathématiques, 4

BTS, brevet de technicien supérieur, 16

CACIE, China annual conference for international education and expo, 81
CAPES, certificat d'aptitude au professorat de l'enseignement du second degré
  CAFEP, équivalent pour l'enseignement privé, 30
CAPLP, certificat d'aptitude au professorat de lycée professionnel, 30
CCSTI, centre de culture scientifique, technique et industrielle, 72
CEDRE, cycle des évaluations disciplinaires réalisées sur échantillon, 12
CFEM, commission française pour l'enseignement des mathématiques, 4
CIEM, commission internationale pour l'enseignement des mathématiques, 4
CII, commission inter-IREM, 51
CIII, commission inter-IREM informatique, 52
CIJM, comité international des jeux mathématiques, 65
CIRM, centre international de rencontres mathématiques, 81
CNESCO, centre national d'étude des systèmes solaires, 12
CNFM, comité national français des mathématiques, 4
CNRS, centre national de la recherche scientifique, 8
CoP, communauté de pratiques, 41
COPIRELEM, commission permanente des IREM sur l'enseignement élémentaire, 38
COREM, centre d'observation et de recherche sur l'enseignement des mathématiques, 61
CORFEM, commission de recherche sur la formation des enseignants de mathématiques du second degré, 38
CPGE, classes préparatoires aux grandes écoles, 20
CREM, commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques, 22
CRPE, concours de recrutement de professeur des écoles, 30
CS-IREM, comité scientifique des IREM, 51
CSP, conseil supérieur des programmes, 6

DEMIPS, didactique et épistémologie des mathématiques, liens avec l'informatique et la physique, dans le supérieur, 37
DEPP, Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, 12
DGESCO, direction générale de l'enseignement scolaire, 6
dJFS, demi-journée de formation de stagiaire, 57

EGLS, enseignement général lié à la spécialité, 20
EMF, espace mathématique francophone, 5
ENS, école normale supérieure, 57
EPCC, études épistémologiques des pratiques contemporaines de chercheurs, 45
ESPE, école supérieure du professorat et de l'éducation, 17
ETM, espace de travail mathématique, 39

EVAPM, évaluation des programmes de mathématiques, 64

FBP, fondation Blaise Pascal, 81
FUG, formalisateur, unificateur, généralisateur, 46

GDR, groupement de recherche du CNRS, 37
GFMV, grand forum des mathématiques vivantes, 9
GREMA, groupe de réflexion sur l'enseignement des mathématiques en Afrique, 61

HCERES, haut conseil de l'évaluation de la recherche et de l'enseignement supérieur, 59
HPM, history and pedagogy of mathematics, 51

IA-IPR, inspecteurs d'académie - inspecteurs pédagogiques régionaux, 54
ICME, international conference on mathematics education, 4
ICMI, international commission on mathematical instruction, 4
ICN, informatique et création numérique, 23
Ifé, institut français de l'éducation, 12
IGÉSR, Inspection générale de l'éducation, du sport et de la recherche, 4
IHP, institut Henri Poincaré, 4
INDRUM, international network for didactic research in university mathematics, 37
INRIA, institut national de recherche en informatique et en automatique, 81
INSERM, institut national de la santé et de la recherche médicale, 65
INSMI, institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions, 25
INSPE, institut national supérieur du professorat et de l'éducation, 17
IREM, institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques, 6
IREMPT, institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques, de la physique et de la technologie, 66
IREM&S, institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques et des sciences, 49
IRES, institut de recherche sur l'enseignement des sciences, 49
ITYM, International Tournament of Young Mathematicians, 74
IUFM, institut universitaire de formation des maîtres, 17

L-U, lycée - université, 10
LéA, lieu d'éducation associé à l'IFé, 40

MAA, mathematical association of America, 47
MEEF, métiers de l'enseignement de l'éducation et de la formation, 31
MEN, ministère de l'éducation nationale, 25
MENJS, ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports, 29
MESRI, ministère de l'enseignement supérieur, de la recherche et de l'innovation, 29
MMI, Maison des Mathématiques et de l'Informatique, 71
MP, mathématiques et physique (CPGE), 20
MP2I, mathématiques, physique, ingénierie et informatique (CPGE), 21
MPI, mathématiques, physique et informatique (CPGE), 21

NSI, Numérique et sciences informatiques, 21

OFM, olympiade francophone de mathématiques, 81

PC, physique et chimie (CPGE), 20
PISA, programme for international student assessment, 12
PNF, plan national de formation, 52
PPPE, parcours préparatoire au professorat des écoles, 35
PreNum-AC, production de ressources numériques pour l'enseignement des mathématiques au secondaire en Afrique centrale, 66
PSI, physique et sciences de l'ingénieur (CPGE), 20
PUFC, presses universitaires de Franche-Comté, 59
PULIM, presses universitaires de Limoges, 59

RMC, référents mathématiques de circonscription, 24

SFdS, société française de statistique, 4
SMAI, société de mathématiques appliquées et industrielles, 4
SMF, société mathématique de France, 4
STEM, sciences, technologie, ingénierie et mathématiques, 49

TA, théorème en acte, 40

TAD, théorie anthropologique du didactique, 46
TD, travaux dirigés, 37
TICE, technologies de l'information et de la communication pour l'enseignement, 22
TIMSS, trends in mathematics and science study, 12
TSD, théorie des situations didactiques, 46

UE, unité d'enseignement, 35
UFR, unité de formation et de recherche, au sein d'une université, 48
UNESCO, organisation des Nations-Unies pour l'éducation, la science et la culture, 66
UPS, union des professeurs de classses préparatoires scientifiques, 4

Bibliographie

[1] Abdallah, E. (2021). Les mathématiques discrètes dans l'enseignement supérieur : une approche épistémologique et didactique. Thèse, Université de Reims (France) et Université Libanaise (Liban).

[2] Académie des sciences (Avis et recommandations, novembre 2010). La formation continue des professeurs enseignant les sciences à l'école, au collège, au lycée.

[3] Académie des sciences (rapport, mai 2013) : L'enseignement de l'information en France. Il est urgent de ne plus attendre. `https://www.academie-sciences.fr/fr/Rapports-ouvrages-avis-et-recommandations-de-l-Academie/l-enseignement-de-l-informatique-en-france-il-est-urgent-de-ne-plus-attendre.html` ou `https://www.academie-sciences.fr/pdf/rapport/rads_0513.pdf`

[4] Adler, J. (2000). Conceptualising resources as a theme for teacher education. Journal of Mathematics Teacher Education, 3, 205–224.

[5] Arnoux, P. (2018). Curriculum construction in France : Some remarks. In Y. Shimizu & R. Vithal (Eds.), School Mathematics Curriculum Reforms : Challenges, Changes and Opportunities. Proceedings of ICMI Study 24 Conference (pp. 491-499). Tsukuba : University of Tsukuba. `https://drive.google.com/file/d/1xR0Q0jI8X_mJb5mmhH-G_OqoMaFE54Gy/view`

[6] Aldon, G. Cusi, A., Schacht, F., Swidan, O. (2021). Teaching Mathematics in a Context of Lockdown : A Study Focused on Teachers'Praxeologies. Educ. Sci. 2021, 11(2), 38.

[7] Arsac, J. (1989). La didactique de l'informatique : un problème ouvert ? In Colloque francophone sur la didactique de l'informatique. Université René Descartes Paris (pp. 9–18).

[8] Artigue, M., Batanero, C., & Kent, P. (2007). Learning mathematics at post-secondary level. In F. Lester (ed.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp.1011- 1049). Information Age Publishing, Inc., Greenwich, Connecticut.

[9] Artigue, M., Bosch, M., Chaachoua, H., Chellougui, F., Chesnais, A., Durand-Guerrier, V., Knipping, C., Maschietto, M., Romo-Vasquez, A ;, & Trouche, L. (2019) The French Didactic tradition in mathematics. In W., Blum, M., Artigue, M. A. Mariotti, R. Sträßer, & M.Van den Heuvel-Panhuizen, M. European Traditions in Didactics of Mathematics. (pp.11-56) New York, NY : Springer.

[10] Artigue, M., Rinaldi, A.M. (2012). Design, curriculum et contrat social dans l'enseignement des mathématiques en France – Une étude de cas dans le cadre des tables rondes EMF2012 : Évolutions curriculaires récentes dans l'enseignement des mathématiques de l'espace francophone. In, Dorier J-L., Coutat S. (Eds), Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012 (Plénières, pp. 24-52).

[11] Assude, T., Perez, J. M., Suau, G., Tambone, J., & Vérillon, A. (2014). Accessibilité didactique et dynamique topogénétique : une étude de cas. Recherches en didactique des mathématiques, 34(1), 33–57.

[12] Baily, C. & Finkelstein, N. D. (2010). Teaching and understanding of quantum interpretations in modern physics courses. Physical Review-Special Topics Physics Education Research, 6 (010101).

[13] Barbin, É., Guichard, J.-P., Moyon, M., Guyot, P., Morice-Singh, C., Métin, F., Bühler, M., Tournès, D., Chorlay, R., Hamon, G. (2018) Let history into the classroom. Springer, History of Mathematics Education. (`http://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/let_history_into_the_mathematics_classroom.pdf`).

[14] Barrier, T., Durand-Guerrier, V. & Mesnil, Z. (2019). L'analyse logique comme outil pour les études didactiques en mathématique. Education et Didactique, 13-1, 61-81.

[15] Battie, V. (2007). Exploitation d'un outil épistémologique pour l'analyse des raisonnements d'élèves confrontés à la résolution de problèmes arithmétiques. Recherches en Didactique des Mathématiques, 27(1), 9-43.

[16] Battie, V. (2009). Proving in number theory at the transition from the secondary level to the tertiary level : between organizing and operative dimensions. In Lin F., Hsieh F.-J., Hanna G., & De Villiers M. (Eds.), Proceedings of the ICMI Study 19 conference : Proof and Proving in Mathematics Education (pp. 71-76). The Department of Mathematics, National Taiwan Normal University Taipei, Taiwan.

[17] Bergé, A. (2016) Le rôle de la borne supérieure (ou supremum) dans l'apprentissage du système des nombres reels. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.), Proceedings of the First Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2016, 31 March-2 April 2016) (pp. 33-42). Montpellier, France : University of Montpellier and INDRUM.

[18] Bilan de l'Année des mathématiques, Institut nationnal des sciences mathématiques et de leurs inreractions (2021). `https://www.insmi.cnrs.fr/sites/institut_insmi/files/download-file/bilan-annee-mathsVF.pdf`

[19] Bloch I., Gibel, P. (2019). A model to analyze the complexity of calculus knowledge at the beginning of University course – presentation and examples. Annales de didactique et de sciences cognitives, 24, 183-205.

[20] Bloch I., Gibel, P. (2016). A model to analyse the complexity of calculus knowledge at the beginning of University course. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.), Proceedings of the First Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2016, 31 March-2 April 2016) (pp. 43-52). Montpellier, France : University of Montpellier and INDRUM.

[21] Bloch I., Gibel, P. (2011). Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite. Recherches en Didactique des Mathématiques, 31-2, 191-228.

[22] Bridoux, S., de Vleeschouwer, M., Grenier-Boley, N., Khanfour-Armalé, R., Lebrun, N., Mesnil, Z. & Nihoul, C. (2020). The professional identity of teacher-researchers in mathematics. In T. Hausberger, M. Bosch & F. Chelloughi (Eds.), Proceedings of the Third Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2020, 12-19 September 2020) (pp. 219-228). Bizerte, Tunisia : University of Carthage and INDRUM.

[23] Burton, L. (2001). Research Mathematicians as Learners-and what mathematics education can learn from them. British Educational Research Journal, 27(5), 589-599.

[24] Cadrage des concours à partir de la session 2022
— CRPE : `https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000043075701`
— CAPES : `https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000043075486`
— CAPLP : `https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000043075622`

[25] Cartier, L. (2008). Le graphe comme outil pour enseigner la preuve et la modélisation. Thèse. Université Grenoble 1.

[26] Chellougui, F. (2009). L'utilisation des quantificateurs universel et existentiel en première année d'université, entre l'explicite et l'implicite. Recherches en didactique des mathématiques, 29-2, 123-154.

[27] Chorlay, R. (2018). An empirical study of the understanding of formal propositions about sequences, with a focus on infinite limits. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild & N.M Hogstad (Eds.), Proceedings of the Second Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2018, 5-7 April 2018) (pp. 24-33). Kristiansand, Norway : University of Agder and INDRUM.

[28] Chorlay, R. (2019). A Pathway to a Student-Worded Definition of Limits at the Secondary-Tertiary Transition. International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 5 (3), 267–314.

[29] CNESCO (2020). La formation continue et le développement professionnel des personnels d'éducation. `http://www.cnesco.fr/wp-content/uploads/2021/03/Cnesco_CCI_formation_continue_Dossier_de_synthese_210226.pdf`

[30] Colmez, François, Cécile de Hosson, Joëlle Pichaud, Aline Robert, Hommage à André Revuz, L'engagement universitaire, l'héritage didactique. Laboratoire de didactique André Revuz (2010). hal-02345760

[31] Commission inter-IREM Collège (2016). Agrandir, réduire... dans tous les sens. APMEP https://www.univ-irem.fr/spip.php?article1461

[32] Commission inter-IREM Histoire et Épistémologie, Barbin, E. et Maltret, J.-L. (éditeurs) (2015). Les mathématiques méditerranéennes : d'une rive et de l'autre. Actes du colloque Inter-IREM Epistémologie et Histoire des mathématiques Marseille France 2013. https://www.univ-irem.fr/spip.php?article1167

[33] Commission inter-IREM Pop'Maths (2019). Panoramath'7. Collection Panoramath, Co-édition CIJM-IREM-APMEP.

[34] Commission inter-IREM TICE sous la direction de Deleuze, G. et Padilla, P.(2015). Créer avec GeoGebra - Exemples de réalisations et fiches techniques. IREM de Paris, ré-édité par Cassini. Ressource augmentée en ligne https://tice.univ-irem.fr/lexique/co/site.html

[35] Commission inter-IREM Université (2017). Limites de suites réelles et de fonctions numériques d'une variable réelle : constats, pistes pour les enseigner. IREM de Paris https://www.univ-irem.fr/IMG/pdf/version_finale.pdf

[36] COPIRELEM (depuis 2017). Malette maternelle : la construction du nombre. ARPEME, http://www.arpeme.fr/m2ep/

[37] Coppé, S. (2018). Évaluation et didactique des mathématiques : vers de nouvelles questions, de nouveaux travaux. Revue Mesure et Évaluation en Éducation. 41(1), 7-39.

[38] Cornu, B., & Ralston, A. (1992). The influence of computers and informatics on mathematics and its teaching (Vol. 44). Unesco.

[39] Cour des comptes (octobre 2017), Gérér les enseignants autrement. Une réforme qui reste à faire. Rapport public thématique

[40] d'Enfert, Renaud et Gispert, Hélène. Une réforme à l'épreuve des réalités : le cas des "mathématiques modernes" au tournant des années 1970, https://halshs.archives-ouvertes.fr/file/index/docid/536328/filename/Reforme_Math_1970.pdf.

[41] DeBellis, V.A, Rosenstein, J.G. (2004). Discrete mathematics and Proof in the High School. ZDM, 36(2,3), 44–84, 82–116.

[42] de Hosson, C. Décamp, N, Morand, E., & Robert, A. (2015). Approcher l'identité professionnelle d'enseignants universitaires de physique : un levier pour initier des changements de pratiques pédagogiques. Recherches en Didactique des Sciences et des Technologies, 11, 161-190.

[43] Deloustal-Jorrand, V. (2004). L'implication mathématique : étude épistémologique et didactique. Étude sous trois points de vue : raisonnement déductif, logique formelle et théorie des ensembles. Thèse. Université J. Fourier, Grenoble 1.

[44] Derouet, C. (2019). Co-construction d'une séquence d'enseignement articulant lois à densité et calcul intégral en terminale S : présentation d'une méthodologie de type ingénierie didactique collaborative. In S. Coppé, É. Roditi, V. Celi, F. Chellougui, F. Tempier, C. Allard,... M. Kiwan-Zacka (Eds.), Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques (pp. 487–494). Grenoble : La Pensée Sauvage.

[45] DIMACS. (2001). Center for Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science : Educational Program. http://dimacs.rutgers.edu/Education

[46] Dorier, J.-L. (Ed.) (1997). L'algèbre linéaire en question, collection Bibliothèque de Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble : La Pensée Sauvage.

[47] Dorier, J.-L. & Sierpinska, A. (2001). Research into the teaching and learning of linear algebra. In D. Hoton (ed.), The teaching and learning of mathematics at university level. Dordrecht : Kluwer.

[48] Durand-Guerrier, V. & Arsac, G. (2005). An epistemological and didactic study of a specific calculus reasoning rule. Educational Studies in Mathematics, 60(2), 149-172.

[49] Durand-Guerrier, V., Meyer, A. & Modeste, S. (2020). Didactical issues at the interface of mathematics and computer science. In : G. Hanna, M. De Villiers (eds), Proof Technology in Mathematics Research and Teaching, 115-138.

[50] Durand-Guerrier, V., Boero, P., Douek, N., Epp, S. & Tanguay, D. (2012). Examining the Role of Logic in Teaching Proof. In G. Hanna & M. de Villiers (eds), ICMI Study 19 Book : Proof and Proving in Mathematics Education (p. 369- 389). New-York : Springer.

[51] Durand-Guerrier, V., Hochmuth, R., Nardi, E. & Winsløw, C. (2021) (Eds.). Research and development in University Mathematics Education. Collection ERME Series, Routledge Editions.

[52] Durand-Guerrier, V., Kazima, M. ,Libbreht, P., Njomgang Ngansop, J.L., Salekhova, L.N. , Tuktamyshov, N., Winslow C. (2016). Challenges and Opportunities for Second Language Learners in Undergraduate Mathematics. In Barwell, R., Clarkson, P., Halai, A., Kazima, M., Moschkovich, J., Planas, N., Phakeng, M., Valero, P., Villavicencio Ubillús, M. (Eds.), Mathematics Education and Language Diversity, The 21st ICMI Study (pp.85-101). Springer.

[53] Durand-Guerrier V., & Tanguay D. (2018). Working on proofs as contributing to conceptualization – The case of R Completeness. In Stylianides A.J., Harel G. (eds), Advances in Mathematics Education Research on Proof and Proving. An international perspective (pp.19-34). Springer.

[54] Durand-Guerrier, V., & Vivier, L. (2016). Densité de D, complétude de R et analyse réelle. Première approche. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.), Proceedings of the First Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2016, 31 March-2 April 2016) (pp. 143-152). Montpellier, France : University of Montpellier and INDRUM.

[55] El Hage, S. & Ouvrier-Buffet, C. (2018). Les démarches de chercheurs en physique et en mathématiques. Enjeux didactiques d'une nouvelle approche épistémologique. Recherches en Éducation, 34, 106-126.

[56] Fluckiger, C. (2019). Une didactique de l'informatique scolaire. Presses Universitaires de Rennes.

[57] Gandit, M. (2009). Etude épistémologique et didactique de la preuve en mathématiques et de son enseignement. Une ingénierie de formation. Thèse, Université Joseph Fourier, Grenoble I.

[58] Gandit, M., Meninni, C.(2019. Brèves hebdomadaires des IREM (1 à 35). Portail des IREM. `http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique513`

[59] Gaona, J. (2018). Elaboration d'une base d'exercices en ligne comme processus de formation des professeurs de mathématiques. Thèse de didactique des disciplines, spécialité didactique des mathématiques. Université Paris Diderot.

[60] Gardes, M.-L. (2013). Étude de processus de recherche de chercheurs, élèves et étudiants, engagés dans la recherche d'un problème non résolu en théorie des nombres. Thèse, Université Lyon 1.

[61] Gibel, P. (2020). Analyse en théorie des situations didactiques d'une ingénierie visant une première approche de la notion de limite finie d'une suite. Revue Québécoise De Didactique Des Mathématiques, 1, 153-189.

[62] Grapin, N. (2015). Étude de la validité de dispositifs d'évaluation et conception d'un modèle d'analyse multidimensionnelle des connaissances numériques des élèves de fin d'école, Thèse de Doctorat, Université Paris-Diderot.

[63] Grenier, D., & Payan, C. (1998). Spécificité de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes. Recherches en didactique des mathématiques, 18(2), 59–100.

[64] Grenier-Boley, N. (2019). La recherche en mathématiques : une ressource pour les didacticiens ? Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paris Diderot.

[65] Grenier-Boley, N., Nicolás, P., Strømskag, H. & Tabchi, T. (2021). Mathematics teaching practices at university level. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, E. Nardi & C. Winsløw (Eds.), Research and development in University Mathematics Education. Collection ERME Series, Routledge Editions.

[66] Groupe collège de l'IREM de Poitiers (depuis). Enseigner les mathématiques au cycle 4 à partir des grandeurs. (Collection) IREM de Poitiers. http://irem2.univ-poitiers.fr/portail/index.php?option=com_content&view=article&id=180&Itemid=197

[67] Groupe collège de l'IREM de Poitiers (depuis). Enseigner les mathématiques au cycle 3 à partir des grandeurs. (Collection) IREM de Poitiers. http://irem2.univ-poitiers.fr/portail/index.php?option=com_content&view=article&id=180&Itemid=197

[68] Gueudet, G. (2008) Investigating the secondary–tertiary transition. Educational Studies in Mathematics, 67 (3), 237-254.

[69] Gueudet, G., Bueno-Ravel, L., Modeste, S., & Trouche, L. (2017). Curriculum in France : a national frame in transition. In D. Thompson, M.A. Huntley, & C. Suurtamm, International Perspectives on Mathematics Curriculum (pp. 41-70). Charlotte, NC : International Age Publishing

[70] Gueudet, G., Buteau, C., Mesa, V., & Misfeldt, M. (2014). Instrumental and documentational approaches : from technology use to documentation systems in university mathematics education. Research in Mathematics Education, 16(2), 139-155.

[71] Gueudet, G., & Parra, V. (2017). Teachers' collective documentation work : a case study on tolerance intervals. In T. Dooley & G.Gueudet (Eds) Proceedings of the Tenth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education, (pp.3707-3715) Dublin, Ireland.

[72] Gueudet, G., Pepin, B., Sabra, H., & Trouche, L. (2016). Collective design of an e-textbook : teachers' collective documentation. Journal of Mathematics Teacher Education, 19(2-3), 187-203.

[73] Gueudet, G., & Thomas, M. (2018). The secondary-tertiary transition in mathematics. In S. Lerman (Ed.), Encyclopedia of Mathematics Education. Springer.

[74] Gueudet, G., & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for teachers ? Educational Studies in Mathematics, 71(3), 199-218.

[75] Guide National Année des mathématiques 2019-2020 (MENJ, MESRI, CNRS) https://cache.media.eduscol.education.fr/file/CST/90/2/guide-national-maths_A5/_1183902.pdf

[76] Hache, C. & Mesnil, Z. (2015). Pratiques Langagières et preuves. Actes du 22e colloque de la COREM. Nîmes, juin 2015. Online : https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01285116v1

[77] Harel, G. (2000). Three principles of learning and teaching mathematics : Particular reference to linear algebra - Old and new observations. In J.-L. Dorier (Ed.), On the Teaching of Linear Algebra (pp.177-190). Kluwer Academic Publishers.

[78] Hart, E., & Sandefur, J. (2018). Teaching and Learning Discrete Mathematics in the School Curriculum Worldwide. An ICME-13 Monograph. Springer.

[79] Hausberger, T. (2017). La dialectique objets-structures comme cadre de référence pour une étude didactique du structuralisme algébrique. Education et Didactique, 11(2), 131-151.

[80] Hausberger, T. (2018). Structuralist Praxeologies as a Research Program on the Teaching and Learning of Abstract Algebra. International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 4(1), 74-93.

[81] Hausberger, T. (2018). Abstract Algebra Teaching and Learning. In S. Lerman (ed.), Encyclopedia of Mathematics Education. Springer.

[82] Heublein, U. (2014). Student Drop-out from German Higher Education Institutions. European Journal of Education, 49(4), 497–513.

[83] Horoks J. & Pilet J. (2015) Etudier et faire évoluer les pratiques d'évaluation des enseignants de mathématiques en algèbre au collège dans le cadre d'un Léa. In Theis, L. (Ed.),Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage, Actes du 6e colloque Espace Mathématique Francophone (EMF 2015 – GT9, 10-14 octobre 2015) (pp. 791–804). Alger, Algérie : Faculté de Mathématiques.

[84] Rapport IGAENR no 2015-024 (mai 2015). Bilan qualitatif des emplois d'avenir professeur.

[85] INDRUM (2018). https://hal.archives-ouvertes.fr/INDRUM/

[86] Jaworski, B. & Matthews, J. (2011). How we teach mathematics : discourses on/in university teaching. In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), Proceedings of the Seventh Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education (pp. 2022-2032). Rzeszów, Poland : University of Rzeszów and ERME.

[87] Jovignot, J. (2020). Etude de la transposition didactique du concept d'idéal : écologie des savoirs et problématique de l'entrée dans la pensée structuraliste, en France et en Suisse. Thèse, Université de Montpellier.

[88] Kahane, J.-P. (2002). Enseignement des sciences mathématiques : Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques : Rapport au ministre de l'éducation nationale (CNDP). Odile Jacob. http://www.cfem.asso.fr/ressources/rapports-enseignement-mathematiques/commission-kahane

[89] Kuzniak, A., Montoya, E., Vandebrouck, F., & Vivier, L. (2015). Le travail mathématique en analyse de la fin du secondaire au début du supérieur : identification et construction, cours à la 18ième école d'été de didactique des mathématiques, In Y. Matheron, G. Gueudet et al. (Ed.), Enjeux et débats en didactique des mathématiques (pp 47-66). Grenoble : La Pensée Sauvage.

[90] Kuzniak, A., Tanguay, D., & Elia, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling : an introduction. ZDM Mathematics Education, 48, 721–737.

[91] Lalaude, M. (2016). L'enseignement de l'algèbre linéaire au niveau universitaire – Analyse didactique et épistémologique. Thèse de l'Université de Pau et des Pays de l'Adour.

[92] Lalaude, M., Gibel, P., Bloch, I., Lévi, L. (2018). A TDS analytical framework to study students' mathematical activity - An example : linear transformations at University. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild & N.M. Hogstad (Eds), Proceedings of INDRUM 2018 – Second conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (p. 234-243). University of Agder, Kristiansand : Norway.

[93] Lautesse, P., Vila Valls, A., Héraud, J.L. & Chabot, H. (2015). Teaching quantum physics in upper secondary school in France : 'quanton' versus 'wave-particle' duality, two approaches of the problem of reference. Science & Education, 24 (7), 937-955.

[94] Laval, D. (2018). L'algorithmique au lycée entre développement de savoirs spécifiques et usage dans différents domaines mathématiques. Thèse de l'Université Paris Diderot Paris 7, retrieved at https://hal.archives-ouvertes.fr/tel-01943971v1

[95] Lockwood, E., Ellis, A. & Lynch, A. (2016). Mathematicians' example-related activity when exploring and proving conjectures. International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 2(2), 165-196.

[96] Loisy, C., Sabra, H., Courtney, S. A., Rocha, K., Glasnović Gracin, D., Aldon, G., Front, M., Gardes, M.-L., Taranto, E., Arzarello,F. & Robutti, O. (2019). Analyzing Teachers' Work with Resources : Methodological Issues. In Trouche, L., Gueudet, G., Pepin, B. (eds), The "Resource" Approach to Mathematics Education. (p. 257-321). New York, NY : Springer.

[97] Masselin, Blandine & al (2020) Ingénierie de formation en mathématiques de l'école au lycée : des réalisations inspirées des Lesson Studies. Presses Universitaires de Rouen et du Havre. https://hal-normandie-univ.archives-ouvertes.fr/hal-03198032

[98] Mesa, V., & Griffiths, B. (2012). Textbook mediation of teaching : An example from tertiary mathematics instructors. Educational Studies in Mathematics, 79, 85-107.

[99] Mesnil, Z. (2014). La logique : d'un outil pour le langage et le raisonnement mathématiques vers un objet d'enseignement. Thèse de doctorat, Université Paris Diderot, Paris.

[100] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche et ADIREM (2016). Mathématiques et maîtrise de la langue. Eduscol, cycles 3 et 4, Mathématiques, Ressources transversales. https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources_transversales/99/6/RA16_C3C4_MATH_math_maitr_lang_N.D_600996.pdf

[101] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche et ADIREM (2016). Mathématiques et quotidien. Eduscol, cycles 3 et 4, Mathématiques, Ressources transversales. https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources_transversales/99/8/RA16_C3_C4_MATH_math_et_quotidien_600998.pdf

[102] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche et ADIREM (2016). Les mathématiques par les jeux. Eduscol, cycles 3 et 4, Mathématiques, Ressources transversales. https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Maths_par_le_jeu/92/4/01-RA16_C3_C4_MATH_math_jeu_641924.pdf

[103] Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche et ADIREM (2016). Mathématiques, monde économique et professionnel et parcours Avenir. Eduscol, cycles 3 et 4, Mathématiques, Ressources transversales. https://cache.media.eduscol.education.fr/file/Ressources_transversales/99/6/RA16_C3C4_MATH_math_maitr_lang_N.D_600996.pdf

[104] Modeste, S. (2012). Enseigner l'algorithme pour quoi ? Quelles nouvelles questions pour les mathématiques ? Quels apports pour l'apprentissage de la preuve ? Thèse de l'Université de Grenoble.

[105] Montoya Delgadillo E., Páez Murillo, R-E., Vandebrouck F., Vivier L. (2018) Deconstruction with Localization Perspective in the Learning of Analysis. International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education, 4(1), 139–160.

[106] Montoya Delgadillo, E. & Vivier, L. (2016). Mathematical Working Spaces and Paradigms as an analysis tool for the teaching and learning of analysis. ZDM, 48(6), 739-754.

[107] Moyon, M., & Tournès, D., Dir. (2018). (Passerelles : enseigner les mathématiques par leur histoire en Cycle 3. Association pour l'élaboration et la diffusion de ressources pédagogiques sur l'enseignement des mathématiques à l'école (ARPEME) Bouc Bel Air, 2018 Collection : Ressources et formation. http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique1597. Site compagnon avec ressources complémentaires http://www.univ-irem.fr/spip.php?rubrique505.

[108] Nardi, N., Jaworski, B., & Hegedus, S. (2005). A Spectrum of Pedagogical Awareness for Undergraduate Mathematics : From tricks to techniques. Journal for Research in Mathematics, 36(4), 284-316.

[109] Note d'information de la DEPP. no 12.23. (2012). PACEM (Projet pour l'acquisition de compétences par les élèves en mathématiques) : une expérimentation de formation continue d'enseignants en mathématiques. Résultats en sixième.

[110] Note d'information de la DEPP, no 19.08. Mars 2019. L'évolution des performances en calcul des élèves de CM2 à trente ans d'intervalle (1987-2017).

[111] Note d'information de la DEPP, no 19.33. Sepembre 2019. Cedre 2007-2013-2018 – Sciences en fin de collège : des résultats en baisse.

[112] Note d'information de la DEPP, no 19.48. Novembre 2019. Choix de trois spécialités en première générale à la rentrée 2019 : 15 combinaisons pour 80 % des élèves.

[113] Note d'information de la DEPP, no 21.22 Mai 2021. Des choix de spécialités plus classiques en première comme en terminale pour les élèves d'origine sociale favorisée.

[114] Ouvrier-Buffet, C. (2009). Maths à Modeler : Research-Situations for Teaching Mathematics. In Barbeau, E. & Taylor, P. (Eds.), ICMI Study 16, Challenging Mathematics in and beyond the Classroom (pp. 23-29). Springer.

[115] Ouvrier-Buffet C. (2013). Modélisation de l'activité de définition en mathématiques et de sa dialectique avec la preuve – Étude épistémologique et enjeux didactiques. Note de synthèse Habilitation à Diriger des Recherches. Université Paris Diderot.

[116] Ouvrier-Buffet, C. (2015). Modéliser l'activité de définition : vers de nouvelles perspectives en didactique. Recherches en didactique des mathématiques, 35(3), 313-356.

[117] Ouvrier-Buffet, C., Meyer, A., & Modeste, S. (2018). Discrete mathematics at university level - Interfacing mathematics, computer science and arithmetic. In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, S. Goodchild & N.M. Hogstad (Eds), Proceedings of INDRUM 2018 – Second conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (p. 255-264). University of Agder, Kristiansand : Norway.

[118] Pepin, B., & Gueudet, G. (2020). Studying teacher collaboration with the documentational approach : from shared resource to common schemes ? ICMI study 25, Teachers of mathematics working and learning in collaborative groups. Lisboa, Portugal.

[119] Pepin, B., Xu, B., Trouche, L., & Wang, C. (2017). Developing a deeper understanding of mathematics teaching expertise : Chinese mathematics teachers' resource systems as windows into their work and expertise. Educational studies in Mathematics, 94(3), 257–274, `http://rdcu.be/koXk`

[120] Peteers, F. (2020). Apports croisés de la didactique et de la cognition numérique pour l'étude des troubles des apprentissages en mathématiques. Recherches En Didactique Des Mathématiques, 40(2), 223-268.

[121] Peteers, F. & Ouvrier-Buffet, C. (2019). Diagnosis tools of dyscalculia – contribution of didactics of mathematics to numerical cognition. In Jankvist, U. T., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Veldhuis, M. (Eds.). (2019). Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11) (pp. 4664-4671). Utrecht, the Netherlands : Freudenthal Group & Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.

[122] Petitfour, É. (2017). Outils théoriques d'analyse de l'action instrumentée, au service de l'étude de difficultés d'élèves dyspraxiques en géométrie. Recherches En Didactique Des Mathématiques, 37(2–3), 247–288.

[123] PISA 2015. Les défis du système éducatif français et les bonnes pratiques internationales (décembre 2016), OCDE.

[124] Quéré, P.V. (2017). French engineers' training and their mathematical needs in the workplace : Interlinking tools and reasoning. In T. Dooley & G. Gueudet (Eds.), Proceedings of the Tenth Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education (pp. 2233–2240). Dublin, Ireland : DCU Institute of Education and ERME.

[125] Quéré, P.-V. (2019). Les mathématiques dans la formation des ingénieurs et sur leur lieu de travail : études et propositions (cas de la France). Thèse, Université de Bretagne Occidentale.

[126] Rasmussen, C. & Borba, M. (2014). The Teaching and Learning of Calculus – In memoriam Arnold Kirsch. ZDM, 46(4), 635-646.

[127] Rasmussen, C., Zandieh, M., King, K., & Teppo, A. (2005). Advancing Mathematical Activity : A Practice-Oriented View of Advanced Mathematical Thinking. Mathematical Thinking and Learning, 7(1), 51-73.

[128] Ravel, L. (2003). Des programmes à la classe : étude de la transposition didactique interne. Exemple de l'arithmétique en Terminale S spécialité. Thèse, Université Joseph Fourier, Grenoble I.

[129] Référentiel des compétences `https://www.education.gouv.fr/cid73215/le-referentiel-de-competences-des-enseignants-au-bo-du-25-juillet-2013.html`

[130] Repères et références statistiques, Enseignements. Formation. Recherche (2020). DEPP `https://www.education.gouv.fr/reperes-et-references-statistiques-2020-1316`

[131] Robert, A. (1998). Outils d'analyses des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, Recherches en didactique des mathématiques, 18(2), 139-190.

[132] Rocha, K. M. (2017). Uses of Online Resources and Documentational Trajectories : the Case of Sésamath. In L. Fan, L. Trouche, S. Rezat, C. Qi,& J. Visnovska (Eds.), Research on Mathematics Textbooks and Teachers' Resources : Advances and issues. Springer.

[133] Rogalski, M. (2016). Revenir au sens de la notion de limite par certaines de ses raisons d'être : un chantier pour le début de l'analyse à l'université. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.), Proceedings of the First Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2016, 31 March-2 April 2016) (pp. 133-142). Montpellier, France : University of Montpellier and INDRUM.

[134] Sabra, H. & Trouche, L. (2011). Collective design of an online math textbook : when Individual and collective documentation works meet, In M. Pytlak, T. Rowland, & E. Swoboda (Eds.), Proceedings of the Seventh Congress of the European Mathematical Society for Research in Mathematics Education (pp. 2356-2366). Rzeszów, Poland : University of Rzeszów and ERME.

[135] Sayac, N. (2018). Summative assessment in mathematics at French primary school : A study based on a didactic approach. Classroom Assessment in Mathematics : Perspectives from around the Globe, In M. Burton, A. Cusi, D. R. Thompson & D. Wright (Eds.), (pp.159-178). New York : Springer.

[136] Selden, A. (2012) Transitions and proof and proving at tertiary level. In G. Hanna & M. de Villiers (eds), ICMI Study 19 Book : Proof and Proving in Mathematics Education (pp. 391-420). New-York : Springer.

[137] Selden, J. & Selden, A. (1995). Unpacking the logic of mathematics statements. Educational Studies in Mathematics, 29(2), 123-151.

[138] Shimizu, Y., Vithal, R. (2018). *School Mathematics Curriculum Reforms : Challenges, Changes and Opportunities. Proceedings of ICMI Study 24 Conference.* Tsukuba : University of Tsukuba. `https://drive.google.com/file/d/1xR0Q0jI8X_mJb5mmhH-G_OqoMaFE54Gy/view`

[139] Socle commun de connaissances, de compétences et de culture (BO du 17 au 23 avril 2015) `http://cache.media.education.gouv.fr/file/17/45/6/Socle_commun_de_connaissances,_de_competences_et_de_culture_415456.pdf`

[140] Socle commun des connaissances et des compétences (Décret du 11 juillet 2006) `http://cache.media.education.gouv.fr/file/51/3/3513.pdf`

[141] Stratégie Mathématiques. `https://www.education.gouv.fr/cid84398/strategie-mathematiques.html`

[142] Tabchi, T. (2021). Relation entre enseignement et recherche dans le travail documentaire des enseignants-chercheurs – cas de l'enseignement de la théorie des graphes. Thèse, Université de Reims (France) et Université Libanaise (Liban).

[143] TIMSS 2019, 8e annnée. Cadre d'évaluation Mathématiques

[144] Trouche, L., Gueudet, G.,& Pepin, B. (2019). The "Resource" Approach to Mathematics Education. New York, NY : Springer.

[145] Trouche, L., Gueudet, G., & Pepin, B. (2020). Documentational approach to didactics. In S. Lerman (Ed.), Encyclopedia of Mathematics Education (2nd edition, pp. 237-247). Cham : Springer.

[146] Trouche, L., Rocha, K., Gueudet, G., & Pepin, B. (2020). Transition to digital resources as a critical process in teachers' trajectories : the case of Anna's documentation work. ZDM Mathematics Education, 52, 1243-1257, `https://rdcu.be/b4txI` doi 10.1007/s11858-020-01164-8

[147] Vandebrouck F. & Leidwanger S. (2016). Students' vizualisation of functions from secondary to tertiary level. In E. Nardi, C. Winsløw & T. Hausberger (Eds.), Proceedings of the First Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics (INDRUM 2016, 31 March-2 April 2016) (pp. 153-162). Montpellier, France : University of Montpellier and INDRUM.

[148] Vergnaud, G. (1998). Toward a cognitive theory of practice, in A. Sierpinska & J. Kilpatrick (eds.), Mathematics education as a research domain : a search for identity, Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, pp.227-241.

[149] Villani, C., & Torossian, C., (2018). 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques. `https://www.education.gouv.fr/cid126423/21-mesures-pour-l-enseignement-des-mathematiques.html`

[150] Wang, C. (2019). An investigation of mathematics teachers' documentation expertise and its development in collectives : two contrasting cases in China and France. Ph.D. of ENS de Lyon and East China Normal University, retrained at : `https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02275820`

[151] Weber, K. (2008). How mathematicians determine if an argument is a valid proof. Journal for Research in Mathematics Education, 39(4), 431-459.

[152] Wenger, E. (1998). Communities of practice. Learning, meaning, identity. New York : Cambridge University Press.

[153] Winslow, C. (2013). ehiye Ubuz, Çiğdem Haser, Maria Alessandra Mariotti (Eds.), Proceedings of the 8th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, pp. 2476-2485.

[154] Winsløw, C., Gueudet, G., Hochmut, R. & Nardi, E. (2018). Research on University Mathematics Education. In T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger & K. Ruthven (eds.), Developing Research in Mathematics Education : Twenty Years of Communication, Cooperation and Collaboration in Europe (pp.60-74). London : Routledge.

[155] Winsløw, C., Biehler, R., Jaworski, B., Rønning, F. and Wawro, M. (2021) Education and professional development of University Mathematics Teachers . In V. Durand-Guerrier, R. Hochmuth, E. Nardi, C. Winsløw (eds) Research and Development in University Mathematics Education. Overview produced by the International Network for Didactic Researchin University Mathematics. pp.59-79, London : Routledge

[156] Yvain-Prébiski, S. (2018). Etude de la transposition à la classe de pratiques de chercheurs en modélisation mathématique dans les sciences du vivant. Analyse des conditions de la dévolution de la mathématisation horizontale aux élèves (Doctoral dissertation, Université Montpellier).

Remerciements, contributions

Ont contribué à la rédaction du document :

Aurélien ALVAREZ, Pierre ARNOUX, Michèle ARTIGUE, Anne CORTELLA, Christian DUHAMEL, Viviane DURAND-GUERRIER, Edwige GODLEWSKI, Ghislaine GUEUDET, Colette GUILLOPÉ, Simon MODESTE, Christian MERCAT, Louise NYSSEN, Cécile OUVRIER-BUFFET, Aviva SZPIRGLAS, Nicolas TOSEL, Stéphane VINATIER, Johan YEBBOU.

Les traductions en anglais et en espagnol ont bénéficié du traducteur automatique en ligne DeepL.

Nous remercions
Claudia Gabriela REYES AVENDAÑO, Matias PAVEZ BRAVO et
Macarena FLORES GONZÁLEZ
d'avoir contribué à la relecture de la version en espagnol.