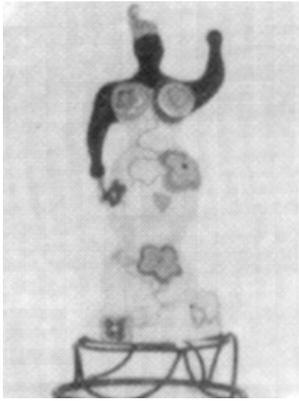


\*\*\*\*\*

# *femmes & math*



\*\*\*\*\*P Å

Octu'4224

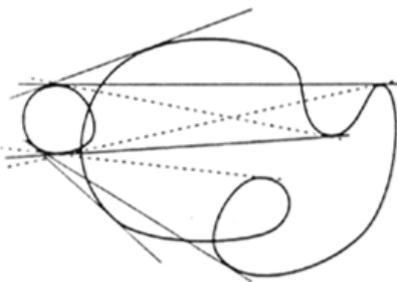
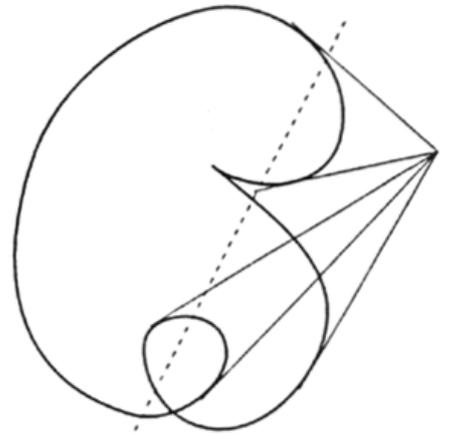
Sommaire

Editorial

Vie de l'association

A propos de *mathématiques*

A propos de *femmes*



Revue de l'association  
*femmes et mathématiques*

Institut Henri Poincaré  
11 rue Pierre et Marie Curie  
75231 Paris CEDEX 05

*Niki de St Phalle*  
Nana with Golden turt  
1986

Women's art magazin  
sept/oct 1993

*L'ouvert*  
juin 1994

*Eileen Cooper*  
Woman with birds  
1989

Women's art magazine  
jan/feb 1992

*L'ouvert*  
juin 1994

*Claude Cahun*  
Autoportrait  
1929

Women's art magazine  
sept/oct 1995





## SOMMAIRE

<i>Éditorial</i> .....	1
<i>L'exposition « femmes en maths : pourquoi pas vous ? »</i> .....	3
KARINE CHEMLA, ELIANE COUSQUER, JACQUELINE DETRAZ & MARIE-FRANÇOISE ROY — <i>Itinéraires de femmes</i> .....	5
CATHERINE BONNET — <i>Stabilité des équations différentielles linéaires à retard et fractionnaires</i> .....	15
MIREILLE L. BOUGEARD — <i>Méthodes d'analyse non lisse pour l'estimation robuste</i> .....	27
ANNE BOYÉ — <i>Notre mathématicien du jour sera une mathématicienne !</i> .....	43
MICHELLE SCHATZMAN — <i>Abécédaire</i> .....	47
COLETTE GUILLOPÉ — <i>Olga Arsienevna Oleinik (1925–2001)</i> .....	57
CHRISTINE FONTANINI & VÉRONIQUE LIZAN — <i>L'égalité des chances et la formation des maîtres : en marche ?</i> .....	61
GAUTAMI BHOWMIK — <i>L'égalité des chances à l'université – Journée d'étude à l'université Lille 3</i> .....	73
<i>Rapport « Les femmes dans la filière de l'enseignement supérieur »</i> .....	79



## ÉDITORIAL

L'année 2001 a vu les efforts pour promouvoir les femmes prendre de l'ampleur et notre association *femmes et mathématiques* est toujours en première ligne. Le prix Irène Joliot-Curie, créé par le Ministre de la Recherche, a récompensé notre action, en particulier une réalisation dont nous sommes très fières : l'exposition « femmes en math : pourquoi pas vous ? », présentant seize portraits de femmes, qui circule dans les lycées, les universités, les manifestations de la Semaine de la Science, etc.

Les journées « L'histoire des mathématiques : une branche de l'histoire ou des mathématiques ? », organisées par l'Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand et l'association « *femmes et mathématiques* » les 8 et 9 décembre 2000 ont réuni un grand nombre de participantes et de participants. Au cours d'une table ronde plusieurs collègues ont retracé leur rencontre avec l'histoire des mathématiques. D'autres contributions des conférencières de ce colloque seront publiées dans le prochain numéro de la revue.

Les actes du « Forum 2000 des jeunes mathématiciennes » seront, eux, publiés dans un supplément à la revue.

Anne Boyé, professeure de lycée à la Baule, nous raconte comment elle a changé le regard de ses élèves, filles et garçons, sur les mathématiques et les femmes à la fois, grâce à de courtes leçons d'histoire des mathématiques (5 minutes chaque matin). Saluons cette expérience originale qui devrait servir d'exemple !

Michèle Schatzman, directrice du MAPLY (Laboratoire de Mathématiques APpliquées de LYon) nous livre un témoignage très émouvant sur sa vie, ses entreprises, ses convictions. Souhaitons qu'elle soit imitée par d'autres adhérentes dans les prochains numéros.

#### ÉDITORIAL

Une grand mathématicienne a disparu l'année dernière à Moscou. Colette Guillopé évoque la vie et l'œuvre d'Olga Oleinik qu'elle avait connue. À travers ces souvenirs sensibles, on comprend, une fois de plus, à quel point la présence de femmes modèles est pour toutes un encouragement décisif.

La rubrique « femmes », déjà bien remplie par ces témoignages personnels, comporte aussi deux articles qui font le point sur la mise en œuvre de la « Convention interministérielle pour la promotion de l'égalité des chances entre les filles et les garçons, les femmes et les hommes dans le système éducatif ». Nous signalons également, parmi les principaux effets déjà produits par cette Convention, l'important rapport (150 pages) remis à Francine Demichel, Directrice de l'Enseignement supérieur au Ministère de l'Éducation nationale, sur « Les femmes dans la filière de l'enseignement supérieur ». C'est à trois membres de notre association que ce rapport a été demandé.

Et, comme pour chaque numéro, dans la rubrique « mathématiques », deux des conférencières de journées de l'association se sont efforcées de rendre leur travail de recherche accessible à toutes les adhérentes. Qu'elles en soient chaleureusement remerciées.

Christine Charretton  
présidente de l'association *femmes et mathématiques*

## **L'EXPOSITION**

### **« FEMMES EN MATHS : POURQUOI PAS VOUS ? »**

L'exposition intitulée « femmes en maths : pourquoi pas vous ? » a été réalisée en mai 2001 par notre association « *femmes et mathématiques* ». Elle a bénéficié du soutien financier du Ministère de la Recherche, du Fonds Social Européen, du CNRS ainsi que du Service des Droits des Femmes et de l'Égalité.

À travers seize portraits de femmes (photos et interviews) vivant dans différentes régions et ayant des itinéraires variés après des études de mathématiques, cette exposition a pour ambition de montrer la richesse et l'éventail méconnu des débouchés professionnels auxquels mènent ces études, de combattre les stéréotypes tenaces qui accompagnent les mathématiques, de promouvoir leur image chez les jeunes et de donner aux lycéennes et aux lycéens l'envie, l'audace d'en faire en leur présentant des modèles accessibles. Les femmes interviewées pour cette exposition ont intégré des postes dans des domaines divers : enseignement supérieur et recherche, mais aussi aéronautique, banque, bio-génétique, conseil en stratégie, cryptologie, industrie, informatique, santé, télécommunications. Cette variété de débouchés n'est pas spécifique aux formations mathématiques : actuellement, toute filière scientifique offre une palette comparable.

Cette exposition est destinée à circuler dans les universités, les établissements secondaires, les IUFM, les IREM, etc. à travers toute la France. Elle contribuera à la liaison indispensable entre les enseignements secondaire et supérieur.

L'exposition est facile à transporter et à accrocher, elle est constituée de neuf panneaux plastifiés de 70 cm x 100 cm, munis d'oeillets pour en faciliter l'installation. Si vous souhaitez l'emprunter ou obtenir de plus amples renseignements, vous pouvez vous adresser par courrier électronique à l'adresse suivante : [femmes.math@univ-reims.fr](mailto:femmes.math@univ-reims.fr) ou à l'association. La prise en charge par votre établissement sera réduite aux frais d'expédition. Par contre, si vous souhaitez acheter cette exposition, le prix sera d'environ 700 euros ttc auquel s'ajoutera le transport.

***femmes et mathématiques***  
**reçoit le prix Irène Joliot-Curie du Ministère de la recherche.**

Ce prix a été récemment créé par le ministre de la recherche Roger-Gérard Schwartzberg en hommage à Irène Joliot-Curie, prix Nobel de chimie en 1935 et première femme ministre en France, en tant que sous-secrétaire d'État à la Recherche scientifique en 1936. À l'occasion du colloque « Femmes dans les milieux scientifiques » organisé par l'Association « Femmes et sciences » qui s'est tenu le 17 novembre dernier, le prix Irène Joliot-Curie a été remis à notre association, ainsi qu'à « deux autres associations, présidées par des femmes scientifiques, qui se consacrent à la diffusion de la culture scientifique et technique : "Permis de jouer" et "Graine de chimiste". Ce prix a pour but d'encourager les actions entreprises pour la promotion des femmes dans le milieu scientifique et la présence de filles dans les études scientifiques et techniques. Il récompensera chaque année, des associations, des chercheuses, des femmes ingénieures, chefs d'entreprises ou journalistes, dont l'action ou les travaux contribuent à faire avancer la parité femmes-hommes dans le monde scientifique et technique. »<sup>1</sup>

C'est toute l'action de notre association qui est récompensée par ce prix et particulièrement la réalisation de l'exposition « femmes en maths : pourquoi pas vous ? ».

---

<sup>1</sup>Communiqué du Ministère : <http://www.recherche.gouv.fr/discours/2001/prixijc.htm>

## ITINÉRAIRES DE FEMMES

*Karine Chemla, Eliane Cousquer, Jacqueline Detraz & Marie-Françoise Roy*

### **Karine Chemla**

Pourquoi je me suis orientée vers les maths ? Et pourquoi vers les maths en Chine ?

Mon attrait précoce pour les mathématiques fut certainement induit par mon milieu familial. Ma mère, prof de maths, m'a formée très jeune à la solution de petits problèmes de son crû. Ses deux frères s'étaient également orientés vers les maths, et c'est à mon oncle Paul que je dois la rencontre avec ma première démonstration d'une propriété relative aux ensembles, à l'âge de 11 ans. Sur cette soupe familiale, vint alors la pincée de la réforme des mathématiques modernes. Je suis donc entrée en seconde dans un climat où ça bataillait ferme à la maison sur les définitions et les modes d'introduction à tel ou tel chapitre des mathématiques -milieu propice, s'il en fût, au non-dogmatisme.

C'est le cours de philosophie qui acheva de me convaincre de la beauté des mathématiques. Au travers de livres comme celui de Blanché sur L'axiomatique, je m'enflammai définitivement pour les merveilles d'intelligence que recelaient les embryons de théorie que j'avais entrevus. Je choisis donc de faire « math sup », parce qu'il y avait « math » dans le nom de la filière, ignorant jusqu'à l'existence des grandes écoles auxquelles ce canal menait. J'attribue, à tort ou à raison, cette ignorance au fait que ma famille, fraîchement immigrée de Tunisie, n'était pas au fait des institutions d'enseignement françaises. Mais le milieu du lycée eut tôt fait de

---

Ces textes reprennent des interventions de la table-ronde tenue pendant les journées « L'histoire des mathématiques : une branche de l'histoire ou des mathématiques ? », organisées par l'Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand et l'association « *femmes et mathématiques* » les 8 et 9 décembre 2000 .

me mettre au parfum, et j'entrai dans les rangs des candidats aux concours. Je crus les copains qui m'avaient affirmé qu'on n'intégrait qu'en 5/2, et débrayai donc en 3/2 au café en face du lycée.

Faire des mathématiques, c'était tout de même aller à l'encontre des prescriptions de mon père. Il souhaitait que je fasse médecine. Non pas seulement parce que la modestie de son milieu d'origine lui avait barré cette carrière à laquelle il avait rêvé, mais parce qu'il était persuadé que seul un tel métier me mettrait à l'abri du chômage, au cas où je serais amenée à devoir m'exiler.

J'adoptai, — et je ne peux me rappeler aujourd'hui à quel point j'en étais parfaitement consciente —, ce qui s'avéra être une tactique de contournement. Dans un premier temps, je lui fis valoir que les études de médecine auxquelles je me consacrais sûrement par la suite seraient d'autant meilleures que je disposerais d'un bon bagage de mathématiques. Puis, une fois admise à Sèvres, le mélange se fit plus flou : je déclarai que je m'orienterai vers les biomathématiques. C'est en suivant cette piste que je me retrouvai en octobre 1979 à faire une thèse de maths dans le groupe de Prigogine qui travaillait en gros sur tout sauf sur les mathématiques. Je bataillais néanmoins pour construire un pont entre Paris et Bruxelles, entre mathématiques et biologie ou physique, quand un autre projet se mit en travers de cette route.

Josiane Serre me proposa en novembre 1979 de me présenter pour une bourse de voyage lointain. Il s'agissait de postuler pour partir un an en voyage quelque part, pour réaliser un projet orthogonal à ses études. Le milieu que j'avais trouvé autour de Prigogine joua certainement un rôle dans le fait que je propose d'aller réfléchir quelque part sur les relations entre maths et culture. Il me parut qu'il fallait trouver un endroit où les mathématiques s'étaient développées le plus indépendamment possible du cours des mathématiques que je croyais connaître. Je ne savais pas, quand j'optais pour la Chine, le poids que cette décision aurait sur ma vie future. Quelque trois ans plus tard, j'intégrai le CNRS, dans la commission mathématiques, sur un projet relatif à l'histoire des mathématiques en Chine.

Rétrospectivement, il me semble que par cette suite de décisions, je n'ai guère fait que revenir à mes premières amours : travailler sur les mathématiques au second degré, en conjuguant approches conceptuelles et historiques, essayer de comprendre. Je me sens, ce faisant, plus libre de m'intéresser au champ mathématique de mon choix, alors qu'une autre carrière m'aurait sans doute amenée à une spécialisation que je n'appelais pas de mes vœux. Enfin, je suis persuadée, pour m'être confrontée aux deux milieux sociaux, que celui de l'histoire des mathématiques est nettement moins dur, voire moins pénible, pour une femme que celui des maths à proprement parler.

**Eliane Cousquer**

J'ai fait mes études universitaires à Paris au début des années 60. Entrée à l'École normale supérieure du boulevard Jourdan en 1963, je me suis, à côté de mes études, beaucoup investie dans le militantisme contre la guerre du Vietnam puis dans les mouvements d'extrême gauche et dans le féminisme. La gestion de ma carrière universitaire ne fut pas pour moi un sujet de préoccupation.

**L'enseignement comme motivation principale.** — Mon implication dans la recherche a toujours eu essentiellement comme fil conducteur l'enseignement, tant en ce qui concerne l'histoire des mathématiques, la linguistique ou aujourd'hui le domaine du multimedia pour l'enseignement.

À la fin des années 70, suite aux difficultés liées à la réforme des mathématiques modernes, des travaux sur l'histoire ont été développés dans les I.R.E.M. Leur but était de retrouver le sens des notions mathématiques et des problèmes qui leur ont donné naissance. Ces travaux étaient destinés aussi bien à l'enseignement à l'université qu'à l'enseignement primaire ou secondaire. Pendant les années 70, j'ai fait un travail sur l'histoire du calcul vectoriel.

J'ai séjourné de 1980 à 1983 en Chine, où j'ai travaillé en coopération à Wuhan, dans une classe sino-française de mathématiques. Pendant ce séjour et dans les dix ans qui ont suivi, j'ai fait un travail de recherche essentiellement orienté sur la linguistique, l'enseignement du français scientifique, et la langue chinoise.

**L'histoire des nombres.** — Tout en continuant ce travail, j'ai repris l'histoire des mathématiques à l'IREM. Je me suis intéressée à l'histoire des nombres, depuis les débuts de l'écriture. Ce thème permet de réinvestir toutes les études que j'ai faites sur les langues et est central dans l'enseignement. Il est devenu le fil conducteur de toutes mes recherches en histoire des mathématiques et a alimenté plusieurs enseignements en Deug, au niveau du Capes ou à l'IUFM. Ce travail avec les étudiants et les enseignants a fait l'objet de plusieurs publications : une brochure IREM en 1992, plusieurs articles dans des colloques (IREM...), un livre en 1998 « La fabuleuse histoire des nombres » chez Diderot. L'histoire des mathématiques tient une place centrale dans mon travail, à la fois sur le plan de l'intérêt personnel et sur le plan publication.

**Les recherches sur le multimédia.** — Depuis trois ans, je participe au laboratoire LEMM (Laboratoire Enseignement sur Mesure Médiatisé) de l'Université des sciences et techniques de Lille et je suis engagée dans la production de logiciels destinés à des étudiants des premières années des deugs scientifiques. En particulier, je

participe à la production de modules d'enseignement pour le programme *Université en ligne*.<sup>1</sup>

Par ailleurs, je me suis beaucoup investie en formation des maîtres à l'IUFM, depuis sa création, essentiellement dans la direction des mémoires faits par les professeurs pendant leur année de stage.<sup>2</sup>

Convaincue de l'intérêt du multimédia, j'ai fait créer, au sein de l'IUFM du Nord Pas-de-Calais, un laboratoire de production multimédia, le LAMIA (Laboratoire Multimédia, Informatique et Application). Ce laboratoire<sup>3</sup> est interdisciplinaire et depuis deux ans, j'en suis la directrice. L'état d'esprit qui a présidé à la création de ce laboratoire est semblable à celui qui anime les IREM, rassembler, pour des recherches sur l'enseignement, des collègues de tous les ordres d'enseignement, primaire, secondaire et supérieur. Avec deux différences notables : c'est un laboratoire interdisciplinaire qui s'appuie de façon privilégiée sur la création par les enseignants d'outils multimédia dont l'usage fera ensuite l'objet d'études et de recherches.

Par ailleurs, à l'approche de la retraite, je compte de plus en plus développer des ressources multimédia dans le domaine de l'histoire des mathématiques et les mettre en ligne. Je suis convaincue que les chercheurs et les enseignants possèdent avec Internet un outil de publication et d'échange de ressources utile pour les élèves, les étudiants et les enseignants de nos pays, mais aussi pour les échanges avec les autres pays.

### Jacqueline Detraz

#### Ma rencontre avec l'histoire des mathématiques

Il y a bien longtemps, j'étais en séjour à l'Institut Mittag-Leffler à Stockholm où je rédigeais ma thèse. Je travaillais dans la belle bibliothèque et pour me détendre j'allais à la découverte des livres sur les étages lambrissés. C'est ainsi qu'un jour je tombai sur un petit livre « Souvenirs of Sofia Kovalevsky » Je l'ai lu d'une traite et j'ai appris que le Kovalevsky du célèbre théorème de Cauchy -Kovalevsky était une femme et surtout qu'elle avait eu un parcours difficile et passionnant. À partir de là, elle est restée présente en moi : familière, proche.

C'est beaucoup plus tard, quand le problème de la présence des femmes dans les sciences a été fortement débattu que j'ai pensé faire connaître cette mathématicienne pour montrer à la fois tout le charme de sa personnalité, l'intensité et la richesse de

---

<sup>1</sup><http://www.univ-enligne.education.fr>

<sup>2</sup>voir les mémoires en ligne (<http://www.lille.iufm.fr/dep/math/mempro/index.htm>) ; la base de données bibliographique ; (<http://www.lille.iufm.fr/dep/math/resdoc/index.htm>) ; le centre de ressources C.R.E.A.M. (<http://www.lille.iufm.fr/labo/cream/entree.html>) avec une partie histoire des mathématiques.)

<sup>3</sup><http://www.lille.iufm.fr/labo/laboProjetsReal.html>

sa courte vie, les difficultés qu'elle a rencontrées et aussi le chemin parcouru depuis pour l'accession des femmes à la recherche mathématique, malgré tous les obstacles. J'ai travaillé pour publier un livre à partir de son autobiographie. Cette incursion dans le monde de l'édition littéraire a été très instructive.

Regarder de plus près ses travaux m'a amenée à m'intéresser au monde mathématique de la seconde moitié du 19<sup>e</sup> siècle et plus généralement à être plus sensible au mouvement historique aussi bien dans ma propre recherche que dans mon enseignement. J'ai organisé par exemple pendant plusieurs années des conférences sur l'histoire de mathématiques pour nos étudiants.

Je peux dire que toute cette approche m'a énormément enrichie sur le plan personnel et professionnel.

### **Marie-Françoise Roy**

J'avais vingt-et-un ans. J'étais tentée par l'histoire et l'épistémologie des mathématiques après mon DEA de mathématiques, au cours duquel j'avais étudié de l'algèbre commutative et de la logique. Je trouvais que faire de la recherche mathématique, dans un domaine limité, technique, ne correspondait pas bien à mes aspirations. J'avais envie de comprendre globalement la grande saga des mathématiques au vingtième siècle. Quels étaient les enjeux des problèmes qu'Hilbert avait posé en 1900 ? Est-ce vraiment ces problèmes qui avaient joué un rôle moteur au cours du siècle ?

Mais l'historien des mathématiques que j'ai rencontré à cette époque m'a parlé des détails de la correspondance de mathématiciens au 18<sup>e</sup> siècle. Faire de l'histoire des mathématiques, c'était donc aussi travailler sur un sujet limité, technique, et personne ne semblait travailler sur l'histoire des mathématiques contemporaines.

Quelques années après, j'ai eu la chance de contribuer à l'émergence d'une nouvelle sous-discipline des mathématiques, la géométrie algébrique réelle. Avec Jacek Bochnak et Michel Coste, nous avons rédigé le livre de références de ce domaine [1]. Et l'histoire et l'épistémologie des mathématiques ont de nouveau croisé mon chemin. Hourya Sinaceur travaillait de son côté, en épistémologue, sur les travaux de Tarski qui sont fondateurs à la fois de la théorie des modèles et de la géométrie algébrique réelle [2]. Au début de son travail, l'intérêt des mathématiciens pour ce sujet était quasi inexistant. À la fin de sa thèse la géométrie algébrique réelle s'était développée. Elle a bien voulu relire les notes historiques et bibliographiques que nous avions souhaité insérer dans notre livre et nous avons organisé une journée scientifique ensemble [3].

Plus tard, je me suis spécialisée dans les algorithmes de la géométrie algébrique réelle. Géométrie et calcul... La tradition calculatoire de l'algèbre, oubliée pour un temps dans les développements abstraits du vingtième siècle, renaît de nos jours de ses cendres, liée à la théorie de la complexité des algorithmes. Elle donne naissance

à une nouvelle forme de mathématiques sur ordinateur, qui s'apparente sous bien des côtés à une véritable science expérimentale et est la source d'applications variées : conception assistée sur ordinateur, robotique. Mes résultats sont techniques, limités [4], mais je sais dans quelle saga historique ils s'inscrivent. Lors d'un colloque organisé en septembre 2000 par Jacqueline Boniface, j'ai découvert que, sans être avertis des développements scientifiques actuels liés au calcul formel, des philosophes des mathématiques portaient à cette tradition algorithmique de l'algèbre un intérêt renouvelé [5].

À l'occasion de la fin du siècle, bilans historiques et débats sur l'avenir de la sciences mathématique se sont multipliés. J'ai été invitée à m'exprimer dans le cadre de plusieurs de ces projets : un volume sur l'histoire des mathématiques au vingtième siècle [6], la session sur les problème de Hilbert organisée par European Women in Mathematics [7], un livre de prospective sur l'avenir des mathématiques [8]... J'ai écrit en introduction à mon article [8]. « Un phénomène général, que le public comprend peu car il croit souvent que tout a déjà été découvert, s'observe dans l'histoire des mathématiques. Fréquemment quand une question a été résolue, elle ne meurt pas mais donne naissance à plusieurs questions nouvelles pour le futur. Ma seule ambition dans les pages qui suivent est d'illustrer ce phénomène pour trois problèmes classiques de la géométrie algébrique réelle. Je ne prétend pas que ces problèmes sont particulièrement importants ou significatifs, ou que les résoudre devrait mériter des millions de dollars [9]. Je ne prétend pas non plus que le phénomène que j'ai choisi d'illustrer soit le phénomène principal qu'on observe dans le développement des mathématiques. Il arrive aussi que certains sujets meurent, et que des sujets totalement nouveaux émergent. »

J'avais déjà cinquante ans, je ne me sentais pas l'âme d'une prophétesse, mais j'avais décidé, puisqu'on m'y invitait, d'apporter mon grain de sel.

[1] J. Bochnak, M. Coste, M.-F. Roy, *Géométrie algébrique réelle*, Springer 1987, deuxième édition en anglais *Real algebraic geometry*, Springer 1998.

[2] H. Benis-Sinaceur, *Corps et modèles, essai sur l'histoire de l'algèbre réelle*, Vrin (1991).

[3] M.-F. Roy, H. Sinaceur, *De la géométrie algébrique réelle*, journée à l'IHP le 14 mars 2000, *Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques*, (1991).

[4] M.-F. Roy, <http://www.maths.univ-rennes1.fr/~mfroy/publications.html>.

[5] A. Michel, *Développement de la théorie des équations algébriques et conceptualisation mathématique*, Colloque Mathématiques : calculs et formes, Toulouse, septembre 2000, à paraître chez Ellipses.

[6] M.-F. Roy, *Géométrie algébrique réelle, 939-966, Development of Mathematics 1950-2000*, Birkhauser (2000)

[7] M.-F. Roy, The role of Hilbert problems in real algebraic geometry, 189-200, European Women in Mathematics, Proceedings of the 9th general meeting, Hindawi (2000).

[8] M.-F. Roy, Three problem in real algebraic geometry and their descendants, 991-1002, Mathematics unlimited, 2001 and Beyond, Springer Verlag (2001).

[9] J.-F. Augereau : Mathématiques : sept questions à un million de dollars. Le Monde, jeudi 25 mai 2000.

*Karine Chemla*

3 square Bolivar, 75019 Paris.

*Eliane Cousquer*

USTL Lille I, UFR de math., F-59655 Villeneuve d'Asq Cedex.

*E-mail* : eliane.cousquer@univ-lille1.fr

*Jacqueline Detraz*

CMI, 39 rue Joliot Curie, F-13453 Marseille Cedex 13.

*E-mail* : detraz@gyptis.univ-mrs.fr

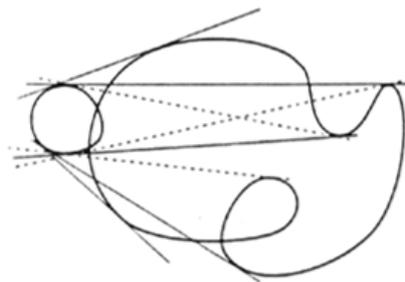
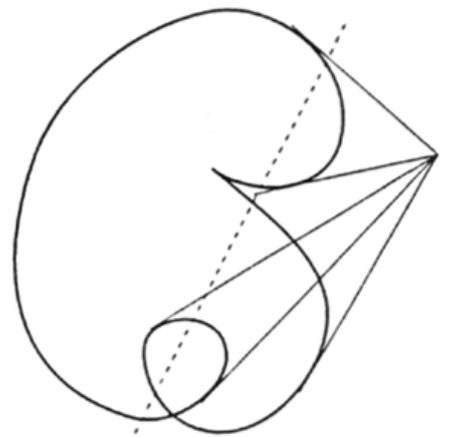
*Marie-Françoise Roy*

IRMAR, Campus de Beaulieu, F-35042 Rennes cedex.

*E-mail* : mfroy@maths.univ-rennes1.fr



# *« propos de mathématiques »*



L'ouvert juin 1994		
	L'ouvert juin 1994	

# STABILITÉ DES ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES LINÉAIRES À RETARD ET FRACTIONNAIRES

*Catherine Bonnet*

Ce travail s'inscrit dans un contexte d'automatique [5], science qui s'intéresse à la modélisation, l'analyse et la commande de processus évoluant dans le temps. Cette science est en fait encore bien souvent méconnue, probablement parce que, née d'un besoin existant au niveau de secteurs applicatifs très variés, elle intervient au carrefour de nombreuses disciplines (mathématiques, physique, chimie, biologie...)

Les notions fondamentales de l'automatique se situent au sein de la théorie des systèmes, théorie de la commande, traitement du signal, analyse statistique...

Nous nous proposons ici de décrire quelques concepts fondamentaux de la théorie des systèmes et de la commande avant de présenter des techniques permettant le contrôle robuste de systèmes linéaires gouvernés par des équations différentielles à retards ou fractionnaires.

## 1. Quelques concepts fondamentaux en automatique

Un système dynamique (contrôlé) est un modèle de processus évoluant dans le temps, soumis à des signaux extérieurs appelés entrées.

On trouve dans la littérature deux grandes classes de modèles :

– les modèles équations d'état qui sont donnés sous la forme d'équations différentielles (systèmes de dimension finie) ou équations aux dérivées partielles (systèmes de dimension infinie) reliant les diverses variables décrivant le phénomène (appelées variables d'état — elles sont de dimension finie ou infinie), les variables extérieures (entrées) et les variables de sortie (fonctions des variables d'état et d'entrée).

---

Travail réalisé en collaboration avec Jonathan R. Partington, université de Leeds, UK.

Par exemple, un système linéaire stationnaire de dimension finie à entrée et sortie scalaire est décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \\ x(0) \quad \text{donné} \end{cases}$$

où  $x(t) \in \mathbb{R}^n$  est la variable d'état,  $u(t) \in \mathbb{R}$  est la variable d'entrée,  $y(t) \in \mathbb{R}$  est la variable de sortie.

– les modèles entrée-sortie qui sont donnés sous la forme d'un opérateur  $G$  (c'est un opérateur de convolution dans le cas linéaire) agissant sur le signal d'entrée et fournissant le signal de sortie.

Le même système que ci-dessus peut être décrit par :

$$(1) \quad y = Gu = g * u,$$

où  $u \in U$  (espace des entrées) et  $y \in Y$  (espace des sorties).

Ces deux modes de description donnent lieu à des techniques très différentes d'analyse des systèmes et des liens entre les divers résultats sont souvent impossible à obtenir dans le cas de la dimension infinie.

L'approche entrée-sortie a l'avantage d'unifier les cadres d'étude des systèmes linéaires et non linéaires, de dimension finie et infinie, et surtout elle permet une analyse de la robustesse, notion sur laquelle nous reviendrons plus tard.

Dans toute la suite, nous nous limiterons au cas des systèmes linéaires causaux (la sortie ne dépend que des entrées passées) *i.e.* le noyau de convolution  $g$  est tel que  $g(t) = 0$  pour  $t < 0$ .

Un concept fondamental en automatique est celui de *boucle fermée*. En effet, le problème de commande basique est du type : déterminer un signal d'entrée  $u$  tel que le signal de sortie  $y$  soit égal à  $y_d$  (sortie désirée). Il est clair qu'une commande du type  $u = "G^{-1}"y_d$  où " $G^{-1}$ " est un pseudo-inverse de  $G$  n'est pas robuste : à la moindre perturbation agissant sur le système, cette commande n'est plus adéquate. Il est alors proposé le schéma suivant :

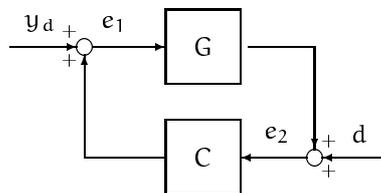


FIGURE 1. boucle fermée standard

où le problème est de déterminer un contrôleur (un opérateur de convolution)  $C$  réalisant  $e_2 - d = y_d$  (problème de poursuite). On s'aperçoit alors qu'un minimum à

demander à la boucle fermée (avant même de réaliser  $e_2 - d = y_d$ ) c'est d'être stable, *i.e.* lorsque les signaux d'entrée  $y_d$  et  $d$  ( $y_d$  est le signal de référence et  $d$  un signal de perturbation) sont bornés dans  $U$ , les signaux de sortie  $e_1$  et  $e_2$  doivent être bornés dans  $Y$ .

On a la relation entrée-sortie suivante :

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (I - GC)^{-1} & C(I - GC)^{-1} \\ G(I - GC)^{-1} & (I - GC)^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_d \\ d \end{pmatrix}$$

$U$  et  $Y$  sont a priori des espaces quelconques mais la plupart du temps, les normes considérées sur ces espaces sont des normes  $L^p$  ( $1 \leq p \leq +\infty$ ).

### Stabilité

On dit que le système  $G$  défini par (1) est stable de  $L^p$  dans  $L^q$  si

$$\|G\| = \sup_{\substack{u \in L^p \\ u \neq 0}} \frac{\|Gu\|_{L^q}}{\|u\|_{L^p}} < +\infty$$

Le cas le plus répandu dans la littérature est  $p = q = 2$ , initialement parce que dans les applications on considère souvent spontanément que les signaux sont d'énergie finie mais aussi parce que, offrant les avantages d'un cadre Hilbertien, il simplifie l'analyse...

Nous regardons ici le cas  $p = q = +\infty$  qui correspond à la BIBO-stabilité (Bounded Input-Bounded Output), il est utile dans de nombreuses applications (par exemple lorsqu'on veut poursuivre un signal de type sinusoïdal).

Les normes de ces opérateurs de convolution sont difficiles à calculer, on peut heureusement les relier à des normes de la fonction de transfert  $\mathcal{L}g$  (*i.e.* transformée de Laplace de  $g$ ) du système. On a :

$$\|G\|_{\langle 2 \rangle} = \|\mathcal{L}g\|_{H_\infty}$$

où  $H_\infty = \{\text{fonctions analytiques et bornées dans } \{\Re s > 0\}\}$  et

$$\|G\|_{\langle \infty \rangle} = \|\mathcal{L}g\|_{\hat{\mathcal{A}}}$$

où  $\hat{\mathcal{A}} = \{\mathcal{L}g, g \in \mathcal{A}\}$  et  $\mathcal{A}$  (algèbre de Wiener) désigne l'espace des distributions de la forme

$$g(t) = g_a(t) + \sum_{i=0}^{\infty} g_i \delta(t - t_i),$$

où  $t_i \in [0, \infty[$ ,  $0 \leq t_0 < t_1 < \dots$ ,  $\delta(t - t_i)$  est une fonction de Dirac retardée,  $g_i \in \mathbb{C}$ ,  $g_a \in L^1$  et  $\sum_{i=0}^{\infty} |g_i| < \infty$ .

L'inégalité de Young :

$$\|f * g\|_r \leq \|g\|_q \|f\|_p \quad \text{avec} \quad \frac{1}{r} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} - 1, \quad 1 \leq p, q, r \leq \infty$$

permet de montrer que pour tout  $1 \leq p \leq +\infty$ ,

$$\|G\|_{\langle p \rangle} \leq \|G\|_{\langle 1 \rangle} = \|G\|_{\langle \infty \rangle} = \|g\|_{\mathcal{A}}$$

*i.e.* que la BIBO-stabilité, équivalente à la  $L^1$ -stabilité, est plus forte que toutes les  $L^p$ -stabilité ( $1 < p < +\infty$ ) et en particulier que la  $L^2$ -stabilité appelée aussi stabilité  $H_\infty$ . Fait que l'on retrouve dans l'inclusion

$$\widehat{\mathcal{A}} \subset \{\text{fonctions analytiques et bornées dans } \{\Re s > 0\} \text{ qui sont continues sur l'axe imaginaire étendu (i.e. incluant le point à l'infini)}\}$$

Remarquons qu'en dimension finie, ces différentes notions de stabilité sont équivalentes.

Comme nous l'avons dit, nous ne considérons que des systèmes causaux. En dimension finie, cela implique que le degré du numérateur de la fonction de transfert est inférieur ou égal au degré de son dénominateur : on dira alors que la fonction est propre. Elle est strictement propre dans le cas où on a une inégalité stricte.

Dans le cas non rationnel, on définit <sup>1</sup> :

$G$  analytique dans  $\{\Re s > 0\}$  et continue sur  $\mathbb{1}\mathbb{R}$  est dite propre sur  $\{\Re s \geq 0\}$  si, pour  $\rho$  suffisamment grand,  $\sup_{\{\Re s \geq 0, |s| \geq \rho\}} |G(s)| < \infty$ .

$G$  analytique dans  $\{\Re s > 0\}$  et continue sur  $\mathbb{1}\mathbb{R}$  est dite strictement propre sur  $\{\Re s \geq 0\}$  si  $\lim_{\rho \rightarrow \infty} \left( \sup_{\{\Re s \geq 0, |s| \geq \rho\}} |G(s)| \right) = 0$ .

### Stabilisation

Nous avons vu que le problème de stabilisation était crucial, sa résolution repose sur l'existence de factorisations copremières du système (nous donnons la définition dans  $\widehat{\mathcal{A}}$ , celle dans  $H_\infty$  est bien sûr analogue).

On dit que  $(N, D)$  est une factorisation copremière de  $G$  dans  $\widehat{\mathcal{A}}$  si  $G = ND^{-1}$ ,  $D \neq 0$ ,  $N, D \in \widehat{\mathcal{A}}$  et il existe  $X, Y \in \widehat{\mathcal{A}}$  tel que  $-NX + DY = 1$  ( $X$  et  $Y$  sont appelés les facteurs de Bézout du système).

Les algèbres de Banach  $\widehat{\mathcal{A}}$  et  $H_\infty$  ne sont pas des domaines de Bézout (*i.e.* tout système n'admet pas nécessairement de factorisation copremière dans  $\widehat{\mathcal{A}}$  ou  $H_\infty$  : pour  $N, D$  donnés et vérifiant  $G = ND^{-1}$ , il n'est pas toujours possible de trouver  $X$  et  $Y$  vérifiant  $-NX + DY = 1$ ).

Cela n'est pas vraiment un handicap puisque  $G$  est stabilisable dans  $\widehat{\mathcal{A}}$  par un contrôleur admettant une factorisation copremière si et seulement si  $G$  admet une factorisation copremière (dans  $H_\infty$ , on a même le résultat plus fort suivant :  $G$  est stabilisable dans  $H_\infty$  si et seulement si  $G$  admet une factorisation copremière).

Un couple  $(N, D)$  étant donné, leur coprimalité dans  $\widehat{\mathcal{A}}$  est caractérisée par la condition nécessaire et suffisante  $\inf_{\{\Re s \geq 0\}} (|N(s)| + |D(s)|) > 0$  qui est assez facile à manipuler, on ne dispose pas d'un tel outil dans  $H_\infty$ .

<sup>1</sup>Dans toute la suite, nous ferons un abus de notation entre l'opérateur  $G$  et le transfert du système  $\mathcal{L}g$ .

Si  $G$  admet une factorisation copremière dans  $\hat{\mathcal{A}}$ , il est alors possible de déterminer une paramétrisation de l'ensemble de tous les contrôleurs (admettant une factorisation copremière) BIBO-stabilisants (paramétrisation de Youla [2]) :

$$C = \frac{X + DQ}{Y + NQ} \text{ où } Q \text{ est un paramètre libre appartenant à } \hat{\mathcal{A}}.$$

Il est clair qu'un contrôleur n'admettant pas de factorisation copremière est beaucoup moins intéressant car il ne permet pas une analyse très poussée : il n'est pas facile d'étudier les normes de  $(I - GC)^{-1}$ ,  $C(I - GC)^{-1}$ ,  $G(I - GC)^{-1}$  alors qu'il est plus aisé de considérer celles de  $(Y + NQ)D$ ,  $(X + DQ)D$  et  $(Y + NQ)N$ .

### Robustesse

Introduisons à présent la dernière notion fondamentale intervenant dans notre étude, celle de robustesse.

Compte-tenu des erreurs inévitables de modélisation et de la nécessité de traiter parfois une approximation du modèle lorsque celui-ci est trop difficile à appréhender, il est souhaitable que le contrôleur  $C$  déterminé pour stabiliser  $G$  soit aussi capable de stabiliser  $\tilde{G}$  lorsque  $\tilde{G}$  est proche de  $G$  et soit tel que la réponse de la boucle fermée associée à  $G$  soit proche de la réponse de celle associée à  $\tilde{G}$ .

Vidyasagar [2] a défini une topologie permettant de formaliser cette idée : un voisinage  $B(N, D; \eta)$  de  $G = ND^{-1}$ , où  $(N, D)$  est une factorisation copremière de  $G$ , est défini comme l'ensemble des  $G_1$  admettant une factorisation copremière dans  $\hat{\mathcal{A}}$ ,  $G_1 = N_1 D_1^{-1}$  telle que

$$\left\| \begin{pmatrix} N - N_1 \\ D - D_1 \end{pmatrix} \right\| < \eta.$$

Dans cette topologie, deux systèmes  $G_1$  et  $G_2$  sont « proches » s'ils possèdent des factorisations copremières  $(N_1, D_1)$  et  $(N_2, D_2)$  tel que  $\|(N_1, D_1) - (N_2, D_2)\|_{\hat{\mathcal{A}}}$  soit « petite » i.e.  $G_1$  et  $G_2$  sont « proches » si leurs graphes (on rappelle que  $\text{Gr}(G) = \{(u, y) \in L^\infty \times L^\infty; y = Pu\} = \{(Dz, Nz), z \in L^\infty\}$ ) sont « proches », elle a donc été nommée topologie du graphe. C'est la topologie la plus faible dans laquelle la stabilisation par boucle fermée est robuste (i.e. la stabilisation robuste est possible si et seulement si toute variation du système est faite de manière continue dans la topologie du graphe).

Possédant une zone de robustesse, il est naturel d'essayer de la mesurer : on montre que la marge de robustesse  $b(G, C)$  d'un contrôleur  $C$  stabilisant  $G$  (au sens BIBO) est égale à

$$\frac{1}{\left\| \begin{pmatrix} X + DQ \\ Y + NQ \end{pmatrix} \right\|_\infty}.$$

Cela signifie que si  $C$  stabilise  $G$  et si  $\tilde{G} = \frac{N + \Delta N}{D + \Delta D}$  avec  $\|(\Delta N, \Delta D)\|_{\hat{\mathcal{A}}} < b(G, C)$  alors  $C$  stabilise  $\tilde{G}$ .

Nous voyons donc clairement que le paramètre libre  $Q$  de  $\hat{\mathcal{A}}$  peut être utilisé pour optimiser cette marge de robustesse : on regarde alors

$$\frac{1}{\inf_{Q \in \hat{\mathcal{A}}} \left\| \begin{pmatrix} X + DQ \\ Y + NQ \end{pmatrix} \right\|_{\infty}}.$$

Puisque

$$\inf_{Q \in H_{\infty}} \left\| \begin{pmatrix} X + DQ \\ Y + NQ \end{pmatrix} \right\|_{\infty}$$

est atteint pour un  $Q \in \hat{\mathcal{A}}$ , on a

$$b^{\text{opt}}(G) = \frac{1}{\inf_{Q \in H_{\infty}} \left\| \begin{pmatrix} X + DQ \\ Y + NQ \end{pmatrix} \right\|_{\infty}}.$$

Ce problème d'optimisation  $H_{\infty}$  peut être résolu par des algorithmes disponibles en matlab ou scilab lorsqu'on est en dimension finie mais rien n'est disponible à ce jour en dimension infinie.

On propose alors la procédure suivante :

- Trouver une suite  $(G_n)_{n \geq 0}$  de fonctions de transfert de dimension finie convergent vers  $G$  dans la topologie du graphe (cela est possible puisque les fonctions approximables en norme  $H_{\infty}$  ou  $\hat{\mathcal{A}}$  par des fonctions rationnelles stables sont exactement celles qui sont analytiques et bornées dans  $\{\Re s > 0\}$  et qui sont continues sur l'axe imaginaire étendu).
- Calculer les factorisations copremières  $(N_n, D_n)$  et facteurs de Bézout  $(X_n, Y_n)$  de  $G_n$ .
- Résoudre le problème d'optimisation  $H_{\infty}$  de dimension finie et déterminer  $Q_n^{\text{opt}}$  :

$$\left\| \begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_n \\ N_n \end{pmatrix} Q_n^{\text{opt}} \right\|_{\infty} = \inf_{Q_n \in H_{\infty}} \left\| \begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_n \\ N_n \end{pmatrix} Q_n \right\|_{\infty}.$$

Le cadre d'étude  $\hat{\mathcal{A}}$  permet d'avoir des résultats qui justifient cette procédure. En effet, si la plus grande valeur singulière de  $D^*X + N^*Y$  est de multiplicité égale à un, nous avons  $Q_n^{\text{opt}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} Q^{\text{opt}}$ ,  $b^{\text{opt}}(G_n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} b^{\text{opt}}(G)$  et  $C_n^{\text{opt}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} C^{\text{opt}}$  (dans la topologie du graphe). Nous ne disposons pas de résultats similaires dans le cadre  $H_{\infty}$ .

## 2. Stabilisation robuste de systèmes à retards

Les systèmes à retards [6] représentent une classe de systèmes de dimension infinie largement utilisée pour la modélisation et l'analyse des phénomènes de transport et de propagation (de matière, d'énergie ou d'information) mais aussi des temps de calcul liés au traitement de l'information.

Ils apparaissent ainsi naturellement dans la modélisation de systèmes rencontrés dans de nombreux domaines : en téléopération, on rencontre des retards fluctuants dus aux lignes de transmission, aux liaisons internet ; dans les architectures électroniques embarquées, les retards sont dus à l'ordonnancement des tâches dans les réseaux embarqués. Enfin, la nature a elle-même distribué des retards : en épidémiologie, dans l'analyse de la dynamique de populations bactériennes par exemple, ils modélisent le temps de reproduction ou la durée de vie ; dans le problème de régulation du système cardio-vasculaire par le système nerveux autonome, ils modélisent le fait que la voie sympathique est plus lente que la voie parasympathique.

Notre intérêt pour les systèmes à retards a été suscité par un problème de contrôle moteur. Dans ce cas, les retards intervenaient entre admission et échappement des gaz et lors du transport du gaz jusqu'à la sonde. La simplicité de la modélisation du moteur devait être compensée par la robustesse de la commande.

Soumise ainsi à des retards, une équation différentielle du type

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

ayant une fonction de transfert rationnelle égale à  $(\mathcal{L}g)(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$  peut être transformée en une équation différentielle du type

$$(S) \begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=0}^k A_i x(t - t_i) + \sum_{i=0}^m B_i u(t - \tau_i) \\ y(t) = \sum_{i=0}^l C_i x(t - \sigma_i) + \sum_{i=0}^p d_i u(t - \nu_i) \\ x_0 \in L^2(-T, 0), \quad \text{où } T = \max_i t_i \end{cases}$$

ayant pour fonction de transfert

$$G(s) = \left( \sum_{i=0}^m B_i e^{-s\tau_i} \right) \left( sI - \sum_{i=0}^k A_i e^{-st_i} \right)^{-1} \left( \sum_{i=0}^l C_i e^{-s\sigma_i} \right) + \sum_{i=0}^p d_i e^{-s\nu_i},$$

fonction qui n'est plus rationnelle.

Ici, nous considérons les fonctions de transfert du type :

$$G(s) = \frac{\sum_{i=0}^{n_2} q_i(s) e^{-\beta_i s}}{\sum_{i=0}^{n_1} p_i(s) e^{-\gamma_i s}}$$

où  $0 = \gamma_0 < \gamma_1 \cdots < \gamma_{n_1}$ ,  $0 \leq \beta_0 < \beta_1 \cdots < \beta_{n_2}$ , les  $p_i$  sont des polynômes de degré  $\delta_i$  et  $\delta_i < \delta_0$  pour  $i \neq 0$  et les  $q_i$  sont des polynômes de degré  $d_i < \delta_0$  pour chaque  $i$ .

De tels systèmes sont appelés systèmes à retards de type retardé.

Il est bien connu [1] que ces systèmes ne possèdent qu'un nombre fini de pôles dans chaque demi-plan droit et leur BIBO-stabilité peut être caractérisée de façon très simple (on retrouve la condition nécessaire et suffisante de la dimension finie) :  $G$  est BIBO-stable si et seulement si  $G$  n'a pas de pôles dans  $\{\Re s \geq 0\}$ .

La stabilité étant caractérisée, le problème qui se pose est donc la détermination de  $N$ ,  $D$ ,  $X$  et  $Y$ .

### Factorisation copremière [3]

Il existe une fonction rationnelle  $r(s)$  telle que  $\left(\frac{h_2}{r(s)}, \frac{h_1}{r(s)}\right)$  soit une factorisation copremière de  $G$ . Si  $h_1$  et  $h_2$  n'ont pas plus de  $\delta_0$  zéros communs instables (*i.e.* à partie réelle positive ou nulle) alors  $r$  peut être un polynôme.

En particulier si  $h_1$  et  $h_2$  n'ont pas de zéros instables communs,  $N(s) = \frac{h_2}{(s+1)^{\delta_0}}$  et  $D(s) = \frac{h_1}{(s+1)^{\delta_0}}$  forment une factorisation copremière de  $G(s)$ .

### Facteurs de Bézout [3]

Supposons que  $h_1$  possède  $m$  zéros instables (comptés avec leur multiplicité) qui ne soient pas zéros de  $h_2$ .

$$\text{Définissons } X(s) = \frac{-\mu(s)}{u(s)} \text{ et } Y(s) = \frac{r(s) - \frac{\mu(s)h_2(s)}{u(s)}}{h_1(s)},$$

où  $\mu$  est un polynôme de degré  $m - 1$  choisi tel que

$$\left(r(s) - \frac{\mu(s)h_2(s)}{u(s)}\right)^{(k)} = 0$$

en  $s = \sigma$  pour  $k = 0, \dots, m_i - 1$  si  $\sigma$  est un zéro de multiplicité  $m_i \geq 1$ ,  $u$  est un polynôme choisi tel que son inverse soit dans  $\hat{\mathcal{A}}$  et  $X$  soit propre ( $\deg u \geq \deg \mu$ ).

Alors,  $X$  and  $Y$  sont des facteurs de Bézout correspondant à la factorization copremière  $\left(\frac{h_2(s)}{r(s)}, \frac{h_1(s)}{r(s)}\right)$  de  $G$  sur  $\hat{\mathcal{A}}$ .

L'idée de la preuve est la suivante : Nous prenons  $Y = \frac{1 + NX}{D}$  et cherchons  $X$  dans  $\hat{\mathcal{A}}$  tel que les zéros instables de  $D$  (i.e. les zéros instables de  $h_1$ ) soient aussi zéros de  $1 + NX$ , de façon à ce que  $Y$  soit analytique dans  $\{\Re s > 0\}$ .

**Exemple 1.** — Si  $G(s) = \frac{e^{-sT}}{s - \sigma}$  et  $\gamma = \sqrt{1 + \sigma^2}$ , on obtient

$$N(s) = \frac{e^{-sT}}{s + \gamma}, D(s) = \frac{s - \sigma}{s + \gamma},$$

$$X(s) = -e^{T\sigma}(\sigma + \gamma) \text{ et } Y(s) = 1 + (\sigma + \gamma) \frac{1 - e^{-T(s-\sigma)}}{s - \sigma}.$$

### 3. Stabilisation robuste de systèmes fractionnaires

De nombreuses EDP ont une représentation fréquentielle faisant intervenir des polynômes fractionnaires en  $s$  et des exponentielles de puissances fractionnaires de  $s$  au lieu des seuls polynômes et exponentielles « standards ». Par exemple, l'équation de la chaleur avec conditions de Neumann aux bords admet  $G(s) = \frac{\cosh \sqrt{s}x_0}{\sqrt{s} \sinh \sqrt{s}}$ , où  $x_0$  est un nombre compris strictement entre 0 et 1, comme fonction de transfert.

D'autres exemples de telles fonctions, comme par exemple  $G(s) = \frac{\exp(-\alpha \sqrt{s})}{s}$  (où  $\alpha > 0$  est une constante), apparaissent dans l'analyse de problèmes d'électricité (lignes de transmission).

Ici, nous allons regarder les systèmes dont la fonction de transfert est du type :

$$(2) \quad G(s) = \frac{q_0(s) + \sum_{i=1}^{i=n_2} q_i(s)e^{-\beta_i s^\tau}}{p_0(s) + \sum_{i=1}^{i=n_1} p_i(s)e^{-\gamma_i s^\tau}} = \frac{h_2(s)}{h_1(s)}$$

où  $\tau$  est un réel compris strictement entre 0 et 1, les  $p_i$  sont de la forme  $\sum_{k=0}^{l_i} a_k s^{\alpha_k}$  avec  $\alpha_k \in \mathbb{R}^+$  et les  $q_i$  sont de la forme  $\sum_{k=0}^{m_i} b_k s^{\delta_k}$  avec  $\delta_k \in \mathbb{R}^+$ .

Nous imposons la condition  $\deg p_0 > \deg q_0$  de façon à ne traiter que les systèmes strictement propres. Et nous supposons que  $h_2$  et  $h_1$  n'ont pas de zéros communs dans  $\{\Re s \geq 0\} \setminus 0$ .

Nous dirons que  $G$  a un pôle d'ordre fractionnaire  $\nu$  en zéro si  $\lim_{s \rightarrow 0} |G(s)| = \infty$  et  $\nu$  est le plus petit réel positif tel que  $\lim_{s \rightarrow 0} |s^\nu P(s)|$  soit fini et non nul.

L'analyse est bien sûr différente de celle des systèmes à retards à cause de la présence d'un point de branchement en  $s = 0$ . Par exemple,  $G$  est méromorphe dans un voisinage de chaque point dans  $\{\Re s \geq 0\} \setminus 0$  mais en général  $G$  n'est pas méromorphe autour de l'origine et il n'existe pas de bande à gauche de l'axe imaginaire

dans laquelle  $G$  pourrait être analytique, ce qui était le cas pour les systèmes à retards. On peut toutefois montrer que  $G$  est méromorphe dans  $\mathcal{D} = \{s \in \mathbb{C}, s \neq 0, \text{ tel que } |\arg s| < a\pi\}$  avec  $\frac{1}{2} < a < 1$  et  $a\pi < \frac{1}{2}$  (i.e.  $h_1$  a un nombre fini de zéros dans  $\mathcal{D}$ ).

Cela nous permet de caractériser ici encore très simplement la *stabilité* de ces systèmes :

$G$  est BIBO-stable si et seulement si  $G$  n'a pas de pôles (y compris d'ordre fractionnaire) dans  $\{\Re s \geq 0\}$ .

Ce résultat s'obtient par l'analyse du comportement de  $G$  et  $G'$  (afin d'utiliser le lemme de Hardy-Littlewood) en 0 et à l'infini.

#### Factorisation copremière [4]

Une factorisation copremière peut ensuite être donnée :

$$N(s) = \frac{(s+1)^{[\mu]}(s^{\{\mu\}}+1)h_2(s)}{s^\mu(s+1)^{[\gamma]}(s^{\{\gamma\}}+1)}, \quad D(s) = \frac{(s+1)^{[\mu]}(s^{\{\mu\}}+1)h_1(s)}{s^\mu(s+1)^{[\gamma]}(s^{\{\gamma\}}+1)},$$

où  $\gamma > 0$  caractérise le comportement de  $h_1$  à l'infini :

$$h_1(s) = s^\gamma(c_1 + o(1)) \text{ à l'infini ,}$$

$\alpha \geq 0$  caractérise le comportement de  $h_1$  en zéro :

$$h_1(s) = s^\alpha(c_1 + o(1)) \text{ en zéro ,}$$

et  $\mu = \min(\alpha, \beta)$  où  $\beta \geq 0$  caractérise le comportement de  $h_2$  en zéro :

$$h_2(s) = s^\beta(c_2 + o(1)) \text{ en zéro ,}$$

$[\mu]$  désigne la partie entière de  $\mu$  et  $\{\mu\}$  sa partie fractionnaire, de telle sorte que  $\mu = [\mu] + \{\mu\}$ .

#### Facteurs de Bézout [4]

Pour la détermination des facteurs de Bézout, l'algorithme du cas des retards peut être modifié de la façon suivante (nous traitons séparément les zéros instables non nuls et les zéros nuls) :

Soient  $\sigma_1, \dots, \sigma_m$ , les  $m$  zéros instables de  $h_1$  et soit

$$T_1(s) = s^\mu(s+1)^{[\gamma]}(s^{\{\gamma\}}+1)$$

$$T_2(s) = (s+1)^{[\mu]}(s^{\{\mu\}}+1)h_2(s)$$

$$T_3(s) = (s+1)^{[\mu]}(s^{\{\mu\}}+1)h_1(s).$$

Définissons

$$Y(s) = \frac{T_1(s) + T_2(s)X(s)}{T_3(s)} \text{ et}$$

$$X(s) = \frac{f_0 + f_{\lambda_1}s^{\lambda_1} + \dots + f_{\lambda_n}s^{\lambda_n} + f_{M-m+1}s^{M-m+1} + \dots + f_M s^M}{(s+1)^M}$$

où

- $\lambda_n \in \mathbb{R}$  et  $M \in \mathbb{N}$  est choisi tel que  $M > \lambda_n + m$ ,
- les coefficients  $f_0, f_{\lambda_1}, \dots, f_{\lambda_n}$  sont choisis pour que  $T_1(s) + T_2(s)X(s)$  soit d'ordre fractionnaire  $\alpha$  en zéro, et les coefficients  $f_{M-m+1}, \dots, f_M$  sont choisis pour que  $T_1(\sigma_i) + T_2(\sigma_i)X(\sigma_i) = 0$  pour  $1 \leq i \leq m$ .

Alors  $(X, Y)$  sont les facteurs de Bézout associés à la factorisation copremière  $(N, D)$  de  $G$ .

*Exemple 2.* — Si  $G(s) = \frac{\exp(-\sqrt{s})}{s-1}$ , nous avons

$$N(s) = \frac{\exp(-\sqrt{s})}{s+1}, \quad D(s) = \frac{s-1}{s+1},$$

$$X(s) = \frac{f_0}{s+1} \text{ et } Y(s) = \frac{(s+1)^2 + f_0 \exp(-\sqrt{s})}{(s+1)(s-1)},$$

où  $f_0$  vérifie  $4 + f_0 \exp(-1) = 0$ .

### Conclusion

Les méthodes que nous venons de présenter peuvent être étendues au cas de systèmes mixtes (i.e. à retards et fractionnaires) permettant ainsi le contrôle robuste d'une large classe de systèmes.

Une autre classe de systèmes intéressante pour les applications est celle des systèmes à retard de type neutre (éventuellement fractionnaires) : la condition sur les degrés est  $\deg p_0 \geq \deg p_i$  pour  $i = 1, \dots, n_1$  (avec égalité pour au moins un polynôme  $p_i$ ) et  $\deg p_0 > \deg q_i$  pour  $i = 0, \dots, n_2$ .

Mais comme le montre l'exemple très simple  $G(s) = 1/(s+1+se^{-s})$ , il paraît difficile, pour de tels systèmes, de relier la position des pôles dans le plan à la BIBO-stabilité. En effet, le transfert  $G(s)$  a tous ses pôles dans  $\{\Re s < 0\}$  et pourtant n'est pas BIBO-stable alors que le transfert  $G(s)/(s+1)^5$  est BIBO-stable. Ce dernier point montre aussi que la condition suffisante de BIBO-stabilité connue à ce jour (il existe  $\alpha < 0$  tel que  $G$  n'ait pas de pôles dans  $\{\Re s > \alpha\}$ ) n'est pas nécessaire.

### Références

- [1] *R. Bellman and K. L. Cooke*, Differential-Difference Equations, Academic Press (1963).
- [2] *M. Vidyasagar*, Control System Synthesis, MIT Press (1985).
- [3] *C. Bonnet et J. R. Partington*, Bézout factors and  $L^1$ -optimal controllers for delay systems using a two-parameter compensator scheme. IEEE Transactions on Automatic Control. **44** (1999), 1512–1521.
- [4] *C. Bonnet et J. R. Partington*, Coprime factorizations and stability of fractional differential systems. Systems and Control Letters. **41** (2000), 167–174.
- [5] <http://www.irccyn.ec-nantes.fr/gdr/>
- [6] <http://www.irccyn.ec-nantes.fr/gdr/Sar/>

*Catherine Bonnet*

INRIA Rocquencourt, Domaine de Voluceau, BP 105, 78 153 Le Chesnay Cedex, France.

*E-mail* : Catherine.Bonnet@inria.fr

# MÉTHODES D'ANALYSE NON LISSE POUR L'ESTIMATION ROBUSTE

*Mireille L. Bougeard*

**Résumé.** — La validation d'un modèle d'astronomie via l'analyse de données expérimentales conduit souvent à résoudre un problème mal posé, numériquement et statistiquement. Ceci motive un intérêt croissant pour les méthodes d'estimation robuste, parmi lesquelles la classe des M-estimateurs joue un rôle fondamental et optimal. Introduits par Huber, ils sont solutions d'un problème d'optimisation sans expression analytique des solutions, ni même toujours unicité. Nous montrons comment des méthodes d'analyse non lisse permettent de traiter élégamment le problème d'optimisation associé tant du point de vue primal que dual, et comment cette approche a été implémentée en routine pour l'analyse de la rotation terrestre.

**Abstract.** — In recent years, robustness is one problem that has been given much attention in statistical literature. Under the simultaneous occurrence of outliers and/or collinearity, various alternatives to Least Squares are available. Among them, the Huber-M estimators are currently attracting attention when the errors have a contaminated Gaussian distribution. Since they cannot be expressed analytically, finding efficient algorithms to produce them in the case of large data sets is a field of active research. We present new highly parallel algorithms based on the Spingarn Partial Inverse-proximal approach. Practical implementation is described with application to Earth Rotation series.

## 1. Introduction et problématique statistique

Une modélisation classique en astrométrie met en jeu un modèle linéarisé sous forme  $y = Ax + \varepsilon$  encore noté  $\{y, Ax, \sigma^2 I_n\}$  où  $A$  est une matrice ( $n \times m$ ) donnée (comportant en colonne les observations des variables « régresseurs »),  $x$  est le vecteur des  $m$  paramètres inconnus,  $y$  celui des  $n$  valeurs de la variable dépendante (obtenues par soustraction entre chaque observation et son estimation théorique). Le vecteur d'erreurs aléatoires  $\varepsilon$  est supposé de moyenne nulle et de matrice de variance-covariance  $\sigma^2 I_n$ ,  $\sigma^2 > 0$ .

Une des approches les plus courantes pour déterminer  $x$  consiste à appliquer un ajustement par *Moindres Carrés* et à résoudre les équations normales  $A^t Ax = A^t y$

où  $A^t$  désigne la matrice transposée de  $A$ . Pour  $A$  de plein rang, l'estimateur des Moindres Carrés (MC),  $\hat{x}$ , possède des propriétés optimales dont la justification théorique repose sur le théorème de Gauss-Markov. Sans biais, il est, néanmoins, peu *robuste* au sens où la présence d'une seule observation atypique peut influencer fortement l'estimation [Huber, 1981].

Par ailleurs, il vient  $E(\hat{x}^t\hat{x}) = x^t x + \sigma^2 \text{tr}[(A^t A)^{-1}]$ , ce qui indique qu'un mauvais conditionnement de la matrice  $A$  perturbera aussi les tests statistiques.

Comment construire de « bons estimateurs » de régression dans le cadre d'un modèle potentiellement sujet à des effets de colinéarité ou de points atypiques ? Cette question fondamentale dans les applications a généré de très nombreuses recherches. Ronchetti (1987) fait remonter à l'astronome Galilée (1632), le recours à un estimateur en norme  $L_1$  (valeur médiane) comme alternative à un estimateur en *moindres carrés* en norme  $L_2$  (moyenne arithmétique) pour l'estimation d'une valeur moyenne (encore dit *paramètre de localisation*).

Parmi le grand nombre d'alternatives statistiques à l'emploi de la résolution par *moindres carrés* figure en bonne place le recours à des techniques d'estimation robuste.

**1.1. Vers des estimations robustes.** — La recherche d'estimateurs *robustes* est devenu un sujet de forte actualité depuis ces dernières années en statistique. Dans le cas de l'estimation d'un paramètre de localisation, le manque de robustesse de l'estimateur moyenne arithmétique au regard de données atypiques a tôt attiré l'attention des praticiens. D'où le recours en alternative à des estimateurs comme la médiane, des moyennes tronquées ou à regroupements frontaliers (« winsorisées »)...

Dans le cadre plus général du modèle de régression linéaire qui nous concerne, que faut-il entendre par : *estimer les paramètres directement par une méthode robuste* ? Suivons les propos de [Van Cutsem, 1982] et disons en bref que dans cette démarche : « on considère... un modèle paramétrique (en souhaitant) tenir compte du fait que les observations peuvent, pour diverses raisons, venir non pas d'une loi précisée pour ce modèle mais plutôt d'une loi "assez proche"... représentée par un ensemble de loi "voisines"... ».

Ainsi, si  $F_0$  est la loi correspondant au modèle paramétrique et  $G$  l'ensemble de toutes les lois sur  $\mathfrak{R}$ , une loi « voisine » sera du type

$$F(\varepsilon) = (1 - \varepsilon) \cdot F_0 + \varepsilon \cdot H, \quad H \in G, \quad \varepsilon \in [0, 1[$$

Comme le note Van Cutsem que nous citons à nouveau : « l'approche robuste consiste intuitivement à chercher des solutions qui

- sont valides et ont une bonne efficacité pour [...] la loi choisie,
- restent relativement valides et efficaces si on s'éloigne un peu ( $\varepsilon$  petit)
- n'ont pas une validité et efficacité nulles si on est très éloigné ( $\varepsilon$  voisin de 1) de  $F_0$ .

Cette approche recherche donc des solutions qui peuvent nous protéger dans l'analyse [...] ».

Différents concepts ont été introduits pour quantifier la robustesse. La notion de *courbe d'influence* proposée par Hampel (1974) consiste à considérer les lois obtenues par translation avec contamination en un point  $t$  en :

$$F(\varepsilon) = (1 - \varepsilon) \cdot F_0 + \varepsilon \cdot \delta_t, \quad \varepsilon \in [0, 1[$$

où  $\delta_t$  est la loi de Dirac de support  $\{t\}$ . Ceci permet via divers outils mathématiques d'analyser l'influence de la contamination — par une valeur aberrante (« outlier ») au point  $t$  — sur le comportement du biais ou du biais asymptotique d'un estimateur particulier lorsque  $t$  prend des valeurs pouvant être très grandes. Nous renvoyons au livre [Hampel *et al.*, 1986] pour une discussion approfondie de ces concepts.

**1.2. La classe des M-estimateurs.** — En estimation robuste, la classe des M-estimateurs joue un rôle fondamental et optimal. Ils doivent leur nom au fait qu'ils sont du type « maximum de vraisemblance » en étant obtenus par minimisation du maximum de la variance asymptotique (sous différents types de structure des erreurs observationnelles).

Introduits par Huber dans son article célèbre dans la revue *Annals of Statistics*, 1964, les M-estimateurs sont solutions du problème d'optimisation (\*) suivant<sup>1</sup>

$$(*) \quad \text{Trouver } \hat{x} \text{ réalisant le minimum de la fonction « objectif » } \sum_{i=1}^n \rho\left[\frac{r(x)_i}{\theta}\right]$$

où  $\theta$  est un facteur d'échelle : nous le supposons ici connu ou estimé par ailleurs, prenant  $\theta = 1$  sans perte de généralité. Le terme  $r_i$  est la  $i$ -ème composante du vecteur  $r$  tel que  $r = Ax - y$  (le vecteur d'erreurs aléatoires) et  $\rho$  une fonction de coût convexe choisie en fonction de la structure du terme d'erreur. Comme  $A$  n'est pas nécessairement de plein rang, il sera commode d'introduire  $A^+$ , son inverse généralisé de Moore-Penrose obtenu via une décomposition en valeurs singulières (SVD).

Portons ici notre attention sur le cas correspondant à *une contamination d'une structure gaussienne des erreurs*, autrement dit, où  $\rho$  est la fameuse fonction introduite par Huber en 1964 et dite depuis *M-fonction d'Huber*, définie par :

$$\rho_{\text{Hub},c}(w) = \begin{cases} \frac{w^2}{2} & \text{si } |w| \leq c \\ c|w| - \frac{c^2}{2} & \text{sinon} \end{cases}$$

Le coefficient  $c$  est lié au taux de contamination par des valeurs aberrantes de la distribution gaussienne présumée des erreurs.

On notera que pour ce choix, la fonction objectif dans (\*) est certes différentiable, mais que ce problème même non contraint ne possède pas de solution analytique.

<sup>1</sup>On trouvera des caractérisations du domaine des solutions optimales dans [Bougeard Caqueneau 1999]. A ma connaissance, les cas de non unicité posent encore des questions ouvertes.

Plusieurs approches itératives ont donc été proposées, mettant en œuvre des algorithmes soit par gradient ou méthode du second ordre, soit encore par partitionnement des résidus (voir [Dutter, 1977] pour une discussion comparative). De plus, un exemple de [Clark, 1985] montre que même pour  $A$  de plein rang, il n'y a pas toujours unicité des solutions contrairement au cas limite ( $c = \infty$ ) associé au problème en « Moindres Carrés ».

Cette difficulté était bien connue pour l'autre cas limite ( $c = 0$ ) depuis que Charnes a montré en 1955 comment utiliser les techniques de *programmation linéaire* pour résoudre le problème (\*) en norme  $L^1$ , encore dit par *Moindres Valeurs Absolues* avec  $\rho = |\cdot|$ . Cet apport théorique fut décisif pour les praticiens en conduisant à des algorithmes basés sur des méthodes de type simplexe comme celui de Barrodale et Roberts (1977). Bien que très souples pour la prise en compte de contraintes *linéaires* sur les paramètres à estimer, de telles procédures demeurent inopérantes pour les contraintes *non linéaires*. Etant par ailleurs fort coûteuses en place mémoire pour le calcul numérique sur grands tableaux de données, d'autres méthodes sont de nos jours recherchées, d'autant que les méthodes de régression en norme  $L^1$  fournissent des estimateurs permettant de minimiser le plus grand biais asymptotique pouvant être provoqué par une contamination de la loi gaussienne.

Les outils de l'analyse convexe vont nous permettre de lever ces difficultés en pouvant intégrer des contraintes non linéaires tout en conduisant à des algorithmes de type primal-dual facilement parallélisables.

## 2. Modélisation du problème et méthodes de résolution

**2.1. Modélisation.** — Introduisons un cadre formel plus apte à la mise en œuvre d'outils de l'analyse non lisse, en considérant les  $M$ -estimateurs comme solutions du problème d'optimisation

$$(R_c) : \left\| \begin{array}{l} \text{Minimiser pour } x \in \mathfrak{X}^m \\ \text{sous la contrainte} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \rho_c((Ax - y)_i) \\ x \in F \end{array}$$

où  $F$  désigne un convexe fermé d'intérieur relatif non vide (identique à l'espace entier pour un problème non contraint). Ici, la fonction  $\rho_c$  est la *régularisée de Moreau-Yosida* d'indice  $c$  de la fonction *valeur absolue*,

$$\forall w \in \mathfrak{X}, \quad \rho_c(w) = \inf_{z \in \mathfrak{X}} [ |z| + \frac{1}{2c} |z - w|^2 ] = (1/c) \rho_{\text{hub},c}(w)$$

obtenue par *inf-convolution* entre la fonction  $|\cdot|$  et le noyau quadratique  $\frac{1}{2c} |\cdot|^2$ . Ce procédé de régularisation, introduit par Moreau (1964) pour les fonctions et par Yosida pour les opérateurs, possède des propriétés bien connues des spécialistes de l'analyse non lisse [Attouch, 1984].

Un calcul bien mené montre que la fonction  $\rho_c$  est encore égale à un facteur multiplicatif ( $1/c$ ) près à la fameuse M-fonction de coût,  $\rho_{\text{Hub},c}$ , introduite par Huber en 1964. Rappelons qu'ici, le coefficient  $c$  est lié au taux de contamination par des valeurs aberrantes de la distribution gaussienne présumée des erreurs. La relation inf-convolution éclaire en particulier [Bougeard, 1989, 1992] le fait que les deux cas limites ( $c = 0$ ) et ( $c = \infty$ ) sont associés respectivement au problème en norme  $L^1$  et à celui par « Moindres Carrés ».

**2.2. Approche par dualité.** — La résolution numérique d'un problème d'optimisation comme  $R_c$  à  $m$  variables conduit logiquement à mettre en place des algorithmes « directs » en variables *primales*. Le cas *constraint* fait lui intervenir naturellement des variables supplémentaires dites *duales* que l'on peut souhaiter obtenir au lieu des variables primales. Une autre approche algorithmique consiste à chercher directement un couple de solutions primale-duale. Tout dépend du contexte.

Ici, avec notre formalisme, les problèmes  $(R_c)$  relèvent, de par leur structure, du champ de l'optimisation convexe puisque la fonction de coût  $\rho_c$  est convexe. Pour ceux-ci, Rockafellar (1989) a établi une forme d'équivalence entre la théorie minimax lagrangienne et celle de la modélisation par schéma de dualité, où le problème dual est pris au sens de la dualité de Fenchel. Or, en raison de la structure inf-convolution de  $\rho_c$ , on calcule aisément sa fonction duale de Fenchel [Rockafellar, 1970] comme valant

$$\forall t \in \mathfrak{R}, \quad \rho_c^*(t) = \rho_\delta^*(t) + \frac{c}{2}|t|^2$$

où  $\rho_\delta^*(t) = \Psi_{B_\infty}(t)$  en notant par  $\Psi_{B_\infty}$  l'indicatrice de la boule unité  $B_\infty$  en norme Chebychev ( $\Psi_{B_\infty} = 0$  sur  $B_\infty$ , et  $\Psi_{B_\infty} = +\infty$  ailleurs).

L'approche par dualité va non seulement nous ouvrir d'autres possibilités de choix algorithmiques mais aussi nous permettre d'en dériver des conditions d'optimalité primal-dual formulées en

$$(**) \quad \text{trouver } \xi \in M \text{ et } p \in M^\perp \text{ tels que } p \in T(\xi)$$

où  $M$  est un sous-espace vectoriel d'un certain Hilbert  $H$ ,  $M^\perp$  son orthogonal et  $T : H \rightrightarrows H$  est un *opérateur maximal monotone* au sens de Brézis (1973). De plus,  $(**)$  peut être résolu par la méthode de l'*Inverse partiel* développée par Spingarn en 1983 en cherchant directement un couple de solutions primale-duale. Elle s'applique sous réserve que l'application proximale  $\text{Prox}_T = (\text{Id} + T)^{-1}$  associée à  $T$ , encore dite *résolvante* de  $T$  puisse être évaluée. Nous l'explicitons brièvement ci-dessous.

**2.3. Méthode proximale de l'inverse partiel.** — Partant d'un point origine arbitraire,  $(\xi^0, p^0) \in (M \times M^\perp)$ , la méthode de Spingarn génère une double suite selon les règles de mise à jour à l'étape  $k : (\xi^k, p^k) \in (M \times M^\perp)$ .

**Étape 1 : pas proximal.** — Trouver  $(\xi'^k, p'^k)$  tels que :

$$\left\| \begin{array}{l} \xi'^k + p'^k = \xi^k + p^k \text{ avec} \\ p'^k \in T(\xi'^k) \end{array} \right. \quad \text{ou encore } \xi'^k \in T^{-1}(p'^k)$$

**Étape 2 : pas de projection sur les sous-espaces  $M$  et  $M^\perp$**

$$\left\| \begin{array}{l} \xi^{k+1} = \text{Proj}_M(\xi'^k) \\ p^{k+1} = \text{Proj}_{M^\perp}(p'^k) \\ \quad = p^k - \xi'^k + \xi^{k+1} \end{array} \right.$$

On vérifie par ailleurs aisément que :

$$\begin{aligned} \xi'^k &= \text{Prox}_T(\xi^k + p^k) \\ p'^k &= \text{Prox}_{T^{-1}}(\xi^k + p^k) \end{aligned}$$

ce qui prouve l'existence et l'unicité des variables intermédiaires  $p'^k, \xi'^k$ . D'où la possibilité d'implémenter la méthode en fait dès que l'une des applications proximales  $\text{Prox}_T$  ou  $\text{Prox}_{T^{-1}}$  est calculable explicitement.

Il se trouve que ce calcul peut être fait dans le contexte étudié. Le lecteur en trouvera le détail dans [Bougeard et Caquineau, 1996]. Nous présentons seulement les grandes lignes des algorithmes dans la section suivante.

### 3. Algorithmes de résolution de type primal-dual

**3.1. Une famille paramétrée pour le problème du M-estimateur d'Huber non contraint.** — Considérons tout d'abord le problème non contraint que nous reformulons en

$$(P_c) : \left\| \begin{array}{l} \text{Minimiser}_{\xi \in \mathbb{R}^n} \Phi_c(\xi) = \sum_{i=1}^n \rho_c[\xi - y]_i \\ \text{avec} \quad \xi \in \text{Image}(A) \end{array} \right.$$

dont le problème dual de Fenchel se formule en

$$(D_c) : \left\| \begin{array}{l} \text{Minimiser}_{p \in \mathbb{R}^n} \Phi_c^*(p) = \frac{c}{2} \|p\|^2 + \langle p, y \rangle + \Psi_{B_\infty}(p) \\ \text{avec} \quad A^t p = 0 \end{array} \right.$$

Ce problème dual est de *type quadratique* : il possède une solution unique par stricte convexité de la fonction objectif (la fonction dont on cherche le minimum). Selon Rockafellar (1989), un vecteur  $\xi$  est optimal pour  $(P_c)$  et un vecteur dual  $p$  est optimal pour  $(D_c)$ , si et seulement si les conditions suivantes d'optimalité  $(O_c)$  sont satisfaites :

$$(O_c) : \left\| \begin{array}{l} \xi \in \text{Image}(A) \\ A^t p = 0 \\ \xi \in \{c p + y\} + N_{B_\infty}(p) \end{array} \right.$$

où on note par  $N_J$  le cône normal au convexe  $J$ .

La résolution de ce schéma de dualité par la méthode de l'inverse partiel [Bougeard et Caquineau, 1996] conduit à une famille d'algorithmes paramétrés par la constante  $c$ , à savoir :

### Algorithme Proximal-Projection A

– *Initialisation de l'algorithme :*

Partant de  $x^0$  choisi arbitrairement et d'un vecteur  $p^0$  tel que  $A^T p^0 = 0$ , on pose  $\xi^0 = Ax^0$ . Alors, considérant le  $k$ -ième itéré  $(\xi^k, p^k)$  vérifiant  $\xi^k \in \text{Image}(A)$  et  $A^T p^k = 0$ , on calcule en deux phases :

– *Phase Proximale (de type dual) :*

Calculer  $p'^k = \text{Proj}_{B_\infty} \left[ \frac{(\xi^k + p^k - y)}{(1+c)} \right]$  c'est à dire :

$\forall j = 1, \dots, n$

$$\begin{cases} \text{if } |(\xi^k + p^k - y)_j| \leq 1 + c & \text{faire } (p'^k)_j = (\xi^k + p^k - y)_j / (1 + c) \\ \text{if } (\xi^k + p^k - y)_j > 1 + c & \text{faire } (p'^k)_j = 1 \\ \text{if } (\xi^k + p^k - y)_j < -(1 + c) & \text{faire } (p'^k)_j = -1 \end{cases}$$

poser  $\xi'^k = (\xi^k + p^k) - p'^k$

– *Phase de Projection (sur  $M = \text{image}(A)$  et son complémentaire  $M^\perp$ )*

$$\begin{cases} \xi^{k+1} = \text{Proj}_M(\xi'^k) \\ p^{k+1} = p^k - \xi'^k + \xi^{k+1} \end{cases}$$

Notons la souplesse d'évaluation en fonction du paramètre  $c$  pour l'utilisateur. L'algorithme basé sur la méthode proximale donne deux suites convergeant globalement respectivement vers une solution du primal et une du dual de sorte qu'il devient possible de déterminer l'ensemble de toutes les solutions primales à partir de la relation  $O_c$  et de conclure quant à une possible *non-unicité*. Il reste alors, dans une dernière étape, à revenir par transformation inverse aux solutions du problème initial. Ici resurgit le problème d'un mauvais conditionnement possible de la matrice  $A$  dont il conviendra de se protéger numériquement.

**3.2. Algorithmes de base pour l'estimation robuste avec contraintes.** — Considérons maintenant le problème avec contraintes

$$(R_c) : \begin{cases} \text{Minimiser}_{x \in \mathfrak{R}^m} & \sum_{i=1}^n \rho_c((Ax - y)_i) \\ \text{sous la contrainte} & x \in F \end{cases}$$

où  $F$  désigne un convexe fermé d'intérieur relatif non vide. Dans les applications d'astrométrie, les contraintes additionnelles sur l'espace des paramètres sont de l'un des types suivants :

– des contraintes de signe positif (évaluation d'une masse, d'une parallaxe... en astrométrie),

- des contraintes linéaires de type égalité lorsque les données sont insuffisantes pour « séparer » correctement les inconnues; ces équations peuvent provenir de théories physiques ou être interprétées mathématiquement (cas de contrainte « moyenne instrumentale » par exemple)
- des relations non linéaires par exemple de type ellipsoïdal en régression « ridge »... etc.

Il suffit alors de penser à introduire deux types de transformation sur le problème original :

- Tout d'abord, poser comme dans le cas non contraint ( $\xi = Ax$ ),
- Puis, introduire une copie de la variable d'origine : ( $\mu = x$ ).

Ceci permet une décomposition de la fonction objectif à minimiser. En effet, en posant  $z^t = (\xi^t | \mu^t)$ ,  $\xi \in \mathfrak{R}^n$ ,  $\mu \in \mathfrak{R}^m$  et  $\mathcal{A}^t = [A^t | I_m]$ , le problème ( $R_c$ ) se reformule dans  $\mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m$  comme :

$$(RP_c) : \left\| \begin{array}{l} \text{Minimiser } \Omega(\xi, \mu) = \Phi_c(\xi) + \Psi_F(\mu) \\ \text{avec} \qquad \qquad \qquad z \in \text{image}(\mathcal{A}) \end{array} \right.$$

dont le dual Fenchel devient :

$$(RD_c) : \left\| \begin{array}{l} \text{Minimiser } \Omega^*(p, q) = \Phi_c^*(p) + \Psi_F^*(q) \\ \text{sous contrainte} \qquad \qquad A^t p + q = 0 \end{array} \right.$$

Pour paraphraser les conditions d'optimalité sous la forme voulue (\*\*), on pose  $H = \mathfrak{R}^{n+m}$ , et on considère les sous-espaces complémentaires

$$\left\| \begin{array}{l} M = \{z \in \text{image}(\mathcal{A})\} \\ M^\perp = \text{kernel}(\mathcal{A}^t) = \{Q = (p, q) \in \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m | A^t p + q = 0\} \end{array} \right.$$

ainsi que l'opérateur maximal monotone

$$T = T_c \times T_F \text{ avec } T_c(z) = \partial\Phi_c(\xi) \text{ et } T_F(z) = N_F(\mu) (= \partial\Psi_F)$$

où  $\partial\Phi_c$  désigne le sous-différentiel au sens de l'analyse convexe de la fonction  $\Phi_c$  et  $N_F$  le cône normal au convexe  $F$ . Les applications proximales se calculent comme précédemment sachant de plus que (en notant par  $\text{Proj}$  l'opérateur de projection) :  $\text{Prox}_{\partial\Psi_F} = \text{Proj}_F$ .

L'algorithme du cas contraint devient :

### Algorithme Proximal-Projection (Proxi-Proj) C

- *Initialisation de l'algorithme* :  
Partant de  $(z^0, Q^0) \in M \times M^\perp$ , par exemple  $(0, 0)$ , considérant le k-ième itéré  $(z^k, Q^k)$ , on calcule en deux phases
- *Phase Proximale* :

a) *Partie non contrainte comme dans l'Algorithme A,*

$$\text{Calculer } p'^k = \text{Proj}_{\mathbb{B}_\infty} \left[ \frac{(\xi^k + p^k - y)}{(1 + c)} \right]$$

puis poser  $\xi'^k = (\xi^k + p^k) - p'^k$

b) *Pour la restriction au convexe fermé F,*

$$\text{Calculer } \mu'^k = \text{Proj}_F(\mu^k + q^k)$$

– *Phase de Projection sur les sous-espaces M, M<sup>⊥</sup>*

– *Variables Primales*

$$\begin{aligned} \mu^{k+1} &= (A^t A + I_m)^{-1} \cdot (A^t \xi'^k + \mu'^k) \\ \xi^{k+1} &= A \cdot \mu^{k+1} \end{aligned}$$

– *Variables Duales*

$$\begin{aligned} p^{k+1} &= p^k + \xi^{k+1} - \xi'^k \\ q^{k+1} &= q^k + \mu^{k+1} - \mu'^k \end{aligned}$$

Il suffit ensuite de particulariser le calcul de  $\text{Proj}_F$  au cas particulier que l'on souhaite traiter.

#### 4. Note sur l'implémentation et application

Différentes simulations présentées dans [Bougeard et Caquineau, 1999] montrent un gain très important en vitesse de convergence (nombre d'itérations) lorsque la variable  $c$  croît de 0 à 1. Ceci résulte de la régularisation de Moreau-Yosida qui induit de plus une régularisation dans le problème dual associé.

**4.1. Implémentation sur une architecture parallèle.** — Le lecteur trouvera dans [Bougeard *et al*, 1997] un premier cas d'application de ces algorithmes — dont les calculs sur la Connection Machine CM5 du CNCPST ont été faits en langage CM Fortran (CMF)- à l'étude des données d'observation de petites planètes par le satellite Hipparcos de l'ESA. Rappelons qu'entre 1989 et 1993, 48 petites planètes furent observées par ce satellite. Les paramètres d'intérêt concernaient des corrections aux éléments orbitaux d'asteroïdes observés ainsi que des variables de position entre différents repères de référence. Du à la répartition des observations, ce problème astrométrique à matrice creuse était très mal conditionné (nombre de condition dépassant allégrement  $10^7$ ), pour environ 3000 lignes et 300 inconnues.

Clairement, la difficulté principale qui surgit dans la partie programmation est la façon de résoudre l'étape de projection sur l'image de  $A$  en calculant l'opérateur associé. Pour se protéger d'un mauvais conditionnement de  $A$ , notre approche consiste à

effectuer, en premier lieu, une décomposition en valeurs singulières (SVD) de  $A$ . Le projecteur sur l'image de  $A$  se calcule alors par :

$$\text{Proj}_M = A \cdot A^+ = A \cdot (A^t A)^+ \cdot A^t$$

tandis que la solution (en Moindres Carrés) du système  $b = Ax$  est donné par

$$x^+ = A^+ \times b.$$

Ceci a l'avantage de permettre la comparaison entre l'estimateur des Moindres Carrés  $x^+$  et les solutions obtenues sous différentes valeurs du paramètre  $c$  (en théorie liée au taux de contamination inconnu des données par des valeurs aberrantes). L'utilisateur peut ainsi apprécier la stabilité des estimations obtenues, avec pour cas extrêmes  $c = \infty$  (moindres carrés) et  $c$  voisin de 0 (norme  $L^1$ ) et décider avec succès des données à garder [Bange et al, 1996].

**4.2. Implémentation en environnement UNIX.** — Dans un second temps, les algorithmes ont été implémentés *en routine* sur une station HP9000 travaillant en environnement UNIX au service international IERS (voir annexe) de l'Observatoire de Paris. Un sous-programme y faisant appel a été inclus par R. Ray en alternative aux ajustements par Moindres Carrés dans le *IERS combination software* Fortran. On trouvera dans [Bougeard, 2001], la description de différents outils introduits pour accélérer la convergence.

## 5. Conclusion

Dans cet article, nous avons montré comment les méthodes de l'analyse non lisse conduisent à de nouveaux algorithmes pour résoudre à la fois les problèmes d'ajustement par M-estimateur d'Huber. Ils ont été obtenus via la méthode proximale de l'Inverse Partiel pour les opérateurs maximaux monotones et sont paramétrés par une constante  $c$  en théorie liée au taux de contamination des données par des valeurs aberrantes. Non seulement convergeant globalement vers un couple de solutions primale-duale, leur structure les rend facilement parallélisables. Différentes implémentations ont été réalisées, pour répondre à des applications astrométriques différentes.

## Bibliographie

- ATTOUCH H., 1984 *Variational convergence for functions and operators*, (Pitman Publ.).  
 BANGE J., BEC-BORSENBERGER A., BOUGEARD M.L., CAQUINEAU C., 1996, Lien entre référentiel dynamique et ICRS-Hipparcos, in : *Journées Systemes de Référence spatio-temporels 1996*.  
 BARRODALE, ROBERTS, 1977, An improved algorithm for discrete l1 linear approximation, *SIAM J. Num. Anal.*, 10 (1977), p. 839-848.

- BOUGEARD M.L., 1989, Connection between some statistical estimation criteria, lower  $c_2$  functions and Moreau-Yosida approximates, in : *Bulletin International Statistical Institut 47th Session*, (INSEE Paris press), 1 (1989), p. 159-160.
- BOUGEARD M.L., 1992, Morse theory for favorable classes of nondifferentiable functions in statistical optimization, in : *Transactions 11th Prague Conference (1990) on Information theory*, (Academia Publ House of the Czechoslovak Academy of Sciences, 1992) pp. 291-301.
- BOUGEARD M.L., 2001, Computational Aspects of primal-dual algorithms for estimation with constraints, in *Approximation Optimization and math Economics*, Lasseonde ed. Springer-Verlag, p. 59-69.
- BOUGEARD M-L., BANGE, CAQUINEAU C.D., BEC-BORSENBARGER A., 1997, Robust Estimation with application to Hipparcos Minor Planets Data, in *Hipparcos-Venice'97*, vol. ESA-SP402 (july 1997), p. 165-168.
- BOUGEARD M-L., CAQUINEAU C.D., 1999, *Parallel Proximal Decomposition Algorithms for Robust Estimation*, Annals of Op. Research, 90, p. 247-270.
- BREZIS, 1973, *Opérateurs maximaux monotones*, North Holland.
- CANDAHL E., 1995, Applications algorithmiques de l'analyse proximale, memoire D.E.A., University Lyon 1, France (mars 1995)
- CHARNES A., COOPER W., FERGUSION R.O., 1955, *Management Science*, 1, p. 138-151.
- CLARK D.I., 1985, The mathematical structure of Huber's M estimator, *SIAM J. of Scientific and Statistical Computing*, 6, p. 209-219.
- DUTTER R., 1977, *J. of Statistical Computation and simulation*, 15, p. 207-238.
- HAMPEL, RONCHETTI, ROUSSEEW, STAHEL, 1986 *Robust Statistics*(Wiley, New York, 1986)
- LAPLACE P.S., 1793 *Sur quelques points du Systeme du monde, Mémoire Académie des Sciences Paris*.
- MICHELOT C., BOUGEARD M.L., 1994, Duality results and proximal solutions of the Huber-M estimator problem, *J. Optimization Theory and Applications*, 30, p. 203-221.
- MOREAU J.J., 1962, Fonctions convexes duales, points proximaux, *C. R. Acad. Sci. Paris*, A255, p. 2897-2899.
- ROCKAFELLAR R.T., 1970 *Convex Analysis*, (Princeton University Press).
- ROCKAFELLAR R.T., 1989, *Conjugate duality and optimization*, ed. SIAM.
- RONCHETTI E., 1987, Bounded influence inference, in *Statistical Data analysis based on the  $L^1$  norm*, ed Dodge Y., Elsevier Sci.
- SPINGARN J.E., 1983, Partial inverse of a monotone operator, *Appl. Math. Optimization*, 10 (1983), p. 247-265.
- TICHONOV A., ARSENINE V., 1972, *Méthodes de résolution de problèmes mal posés*, (Mir Moscou, 1972).
- VAN CUTSEM, CAPERA, 1982, *Méthodes non paramétriques*, (Dunod éd.).

### **Annexe. Rotation terrestre et IERS**

L'Observatoire de Paris abrite en ses locaux un centre de recherche lié au Service International de la Rotation Terrestre (IERS) qui fournit au monde entier la position et l'orientation de la Terre dans l'Univers. Ceci concerne la navigation terrestre et spatiale (les sondes planétaires), la détermination d'orbites de satellites artificiels comme ceux de télécommunication.

Observer, interpréter et prévoir positions et mouvements d'objets célestes exige des repères d'espace et de temps bien définis. Le repère céleste international, ICRS, adopté en 1998 par l'Union Astronomique Internationale, IAU, est matérialisé par des directions de quasars extra-galactiques, fig 1, observées en VLBI (interférométrie radio à très longue base). Le repère terrestre international ITRF, quant à lui, est lié aux stations d'observation au sol, fig.2. Par rapport à ces deux repères, le service IERS évalue en permanence les paramètres de la rotation terrestre, EOP, donnant le mouvement de l'axe de rotation et le Temps Universel UT1 résultant de l'angle de rotation de la Terre dans l'espace. Différentes techniques d'observation sont en permanence utilisées : l'interférométrie radio à très longue base VLBI, la télémétrie laser sur satellites artificiels SLR ou récepteurs lunaires LLR, les systèmes satellitaires GPS, DORIS. La Table 1 montre la part de ces techniques et la Table 2 leur évolution en précision. Au stade final, le Service EOP-IERS de l'Observatoire de Paris est en charge de l'estimation moyenne des EOP par *combinaison* des séries de mesures propres à chaque technique et de leur prédiction, via des théories et modélisations astrométriques, géodésiques et mathématiques.

TABLE 1. *Contribution des techniques d'observation pour l'orientation terrestre et les repères fondamentaux. Le nombre de \* sert d'indicateur pour le niveau de contribution en précision et volume des mesures (source : IERS-Paris Observatory)*

PRODUITS	LLR	VLBI	SLR	GPS	DORIS
<hr/>					
ITRF repère terrestre					
- position du géocentre	*		***	**	*
- Tectonic plate motion		***	**	***	**
<hr/>					
ICRF repère Céleste Extragalactique		***			
<hr/>					
Lien au système solaire	***				
<hr/>					
Terre					
- Precession-nutation	**	***	*	*	
- Temps Universel	*	***			
<hr/>					
Rotation Terrestre					
- High-frequency UT		***	**	***	
- Polar motion (x, y)		***	***	***	*
<hr/>					

TABLE 2. *Observation des EOP et Evolution temporelle des techniques en précision; PM=polar motion (x, y); CP=celestial pole coordinates ( $d\psi \sin \varepsilon$ ,  $d\varepsilon$ ), UT=temps universel UT1 (source ; IERS -Paris Observatory)*

Période	SLR	VLBI	GPS	resol.	Précision
1988-92	UT	*	***		0.00005s
	PM	**	**		0.0005"
	CP		****	jours	0.0005"
1992-95	UT	*	***	*	0.00003s
	PM	***	***	***	0.0003"
	CP		****	jour	0.0003"
1996-99	UT	*	***	*	0.00002s
	PM	***	***	***	0.0001"
	CP		****	jour	0.0003"

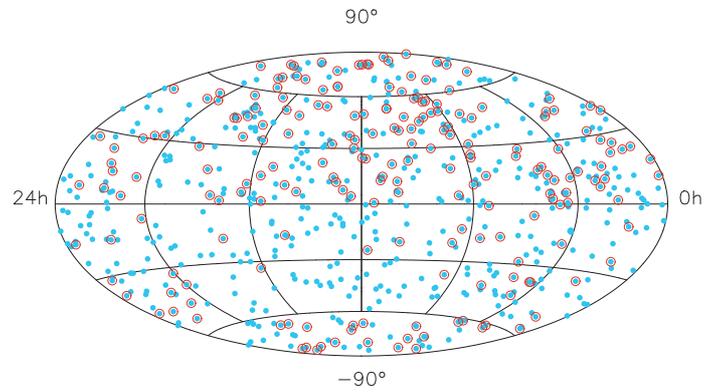


FIGURE 1. Repère céleste international ICRF-1998 matérialisé par les directions de 610 sources extra-galactiques (cf. *the Astronomical Journal*, 1998, 116, 516)

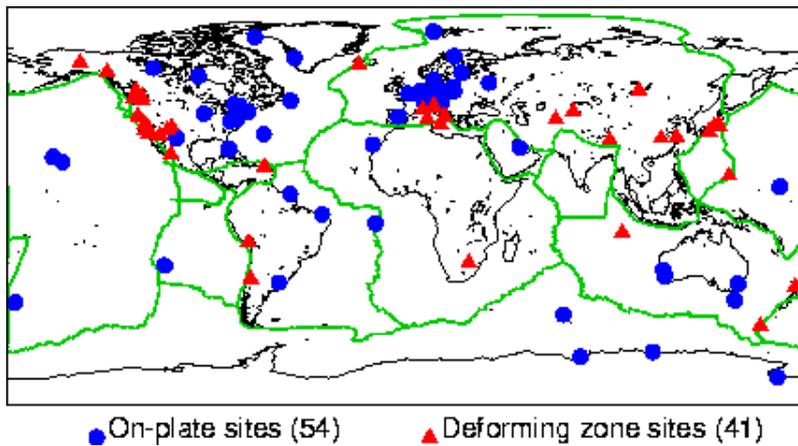


FIGURE 2. Repère terrestre international ITRF-2000 matérialisé par une sélection de 54 sites primaires d'observation complétée par 41 sites localisés en zone de déformation géophysique (plaques tectoniques) (source : Z. Altamimi <http://lareg.ensg.ign.fr/ITRF/>\*)

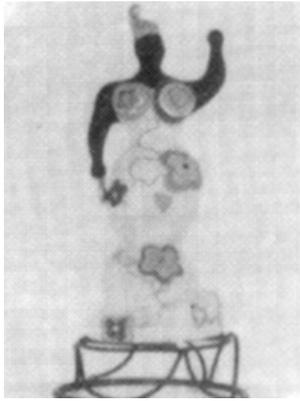
*Mireille L. Bougeard*

[1] Université LYON.1-IGD, UFR Mathématique, 69622 Villeurbanne Cedex, France.

[2] Observatoire de Paris, IERS, UMR8630, 61 av. de l'Observatoire, 75014 Paris, France.

*E-mail* : bougeard@hpopa.obspm.fr

*« propos de femmes »*



*Niki de St Phalle*  
Nana with Golden turt  
1986

Women's art magazine  
Sept/oct 1993

*Eileen Cooper*  
Woman with birds  
1989

Women's art magazine  
jan/feb 1992

*Claude Cahun*  
Autoportrait  
1929

Women's art magazine  
sept/oct 1995

## NOTRE MATHÉMATICIEN DU JOUR SERA UNE MATHÉMATICIENNE!

*Anne Boyé*

*Ce jour là, il s'agit de Florence Nightingale ; la veille c'était Benoît Mandelbrot.*

**T**OUT a commencé vers la fin de l'année scolaire dernière. Je travaillais depuis quelques semaines avec un groupe d'élèves de première STT sur un de leurs projets professionnels. Je leur avais proposé de monter une exposition sur le thème des femmes et des mathématiques ; ils avaient accepté, surtout intrigués par le sujet. Leur exposition devait être présentée après les vacances d'été. L'année 2000 avait été proclamée par l'UNESCO année mondiale des mathématiques ; mais la parité pour les élections municipales à venir, en mars 2001, occupait beaucoup plus les médias. J'étais femme et professeur de mathématiques : c'était décidé, l'année 2000-2001 serait au lycée de Grand Air l'année des femmes et des mathématiques.

### **Cinq minutes par jour**

Que pouvais-je inventer cependant dans mes classes, au-delà de l'attention portée aux textes d'exercices, au vocabulaire utilisé pour parler aux élèves filles ou garçons, aux affiches incitant les filles aussi à choisir des métiers d'ingénieur-e, de technicien-ne..., comme les garçons ? De fait, durant le XX<sup>e</sup> siècle, l'institution scolaire a considérablement changé ; en France, les filles et les garçons ont les mêmes droits, pour ce qui concerne l'accès aux connaissances, et de façon plus récente, aux diplômes. Les lycéens, par exemple, sont souvent étonnés d'apprendre que certaines écoles prestigieuses, comme Polytechnique, n'étaient pas ouvertes aux filles, il y a une trentaine d'années. Pourtant, les stéréotypes persistent, en particulier dans les

sciences, alors même qu'au lycée, il est reconnu qu'en moyenne, les filles ont de meilleurs résultats que les garçons. Les raisons sont multiples, et sans doute essentiellement sociologiques. L'éducation des filles, comme celle des garçons, au moment de l'adolescence, lorsqu'ils font des choix qui engagent leur avenir, doit pouvoir contribuer à changer cet état de fait. Alors que faire ?

Je cherchais un accompagnement, ou un prolongement de l'exposition, c'est ainsi qu'est née l'idée de raconter aux élèves des histoires de mathématiciens et de mathématiciennes, 5 minutes par jour, un peu comme les leçons de morale d'autrefois. Il s'agit de proposer aux élèves des modèles auxquels s'identifier. De fait, si les élèves sont en général capables de citer quelques noms de mathématiciens, connus le plus souvent par les théorèmes qui portent leur nom, il n'y a aucune femme parmi eux. Marie Curie jouit d'un privilège rare dans les sciences, encore est-elle souvent associée à Pierre. Pourtant, depuis septembre 2000, dans une classe de Première S, au lycée de Grand Air, se croisent Karl Friedrich Gauss, Hypathia, Sophie Germain, Thalès de Milet, Emmy Noether, Maria Gaetana Agnesi, Michel Chasles,... Chacun, chacune ajoute une pierre à l'édifice des mathématiques. L'indignation souvent s'exprime, des garçons comme des filles : à Girton College, Université de Cambridge, Charlotte Angas Scott terminait huitième à ses examens de mathématiques mais, comme femme, elle ne pouvait recevoir de diplôme ! Les étudiants de cette fin du XIX<sup>e</sup> siècle

avaient bien raison de protester en criant « Scott of Girton » lors de la cérémonie des diplômes. Sophie Germain avait dû se faire appeler Monsieur Leblanc (comme George Sand !) pour se procurer les cours de l'École polytechnique qui venait d'être créée en 1795. Heureusement que Joseph Louis Lagrange et Karl Gauss avaient reconnu ses qualités.

Ce sont en effet des femmes de très fortes personnalités qui ont pu, dans l'adversité, laisser leur empreinte dans les mathématiques, à tel point que leur histoire est devenue presque légendaire. Mais ce sont les figures mythiques qui font naître les vocations. Le XX<sup>e</sup> siècle n'est pas avare de grandes figures scientifiques, même dans les mathématiques, ce qui surprend souvent les élèves. Sur tous les continents des hommes et des femmes, poursuivent des recherches en mathématiques ; et parmi ces femmes, il y a des mères de famille et des grand-mères qui ne sont pas des repoussoirs (les portraits, très importants !).

Le contemporain, c'est aussi l'informatique, milieu particulièrement machiste, c'est aussi la conquête de l'espace... Les femmes ont leur part dans le développement extraordinaire de ces domaines. Les plus grandes avancées dans les langages de programmation des ordinateurs sont peut-être dûes aux travaux de Grace Murray Hopper ; Evelyn Boyd, elle, a travaillé sur les projets Vanguard, Mercury, Apollo... Le nom du langage Ada, en informatique est un hommage à Ada Byron Lovelace, pionnière dans ce domaine, au XIX<sup>e</sup> siècle.

Imperceptiblement, mais sûrement, le regard de la classe a changé : les filles peuvent aussi faire de grandes mathématiques, et doivent pouvoir y trouver leur place ; leur avenir ne se construira pas contre celui des garçons, mais avec eux. C'est la raison pour laquelle le mathématicien du jour est un homme ou une femme.

### Une exposition, un débat

Vers février, l'exposition des élèves de 1<sup>re</sup> STT était achevée. A priori peu préoccupés d'études scientifiques, ils avaient découvert une histoire qu'ils ne soupçonnaient pas. Ils avaient aussi constaté que, mis à part des statistiques, qu'ils ont exposées aussi, il est très difficile en France d'accéder à une documentation sur les mathématiciennes et leur travail, contrairement à l'Amérique du nord ou la Grande-Bretagne. Les élèves françaises ont peu de modèles.

Cette exposition présente une quinzaine de mathématiciennes, leur vie, leurs travaux mathématiques, le contexte historique et social, et des statistiques sur la place des filles dans les études scientifiques, les métiers qu'elles exercent.

Ce travail, dont les élèves de la section STT sont fiers à juste titre, a été l'occasion de débats, de discussions, d'informations sur l'égalité des filles et des garçons, des femmes et des hommes. La venue de la présidente de l'association « femmes et mathématiques » pour l'inauguration a permis aux lycéens et lycéennes de comprendre cette discrimination de fait, non inscrite dans la loi, qui fait qu'à qualités égales des garçons se lanceront dans des études scientifiques plus ou moins prestigieuses quand les filles oseront à peine y penser. Ils ont aussi découvert ce qu'est ce « plafond de verre » souvent évoqué. Il est un peu tôt pour mesurer l'impact à long terme de cet événement, mais il est permis de penser qu'il laissera quelques souvenirs chez les lycéens et les lycéennes, peut-être aussi chez les enseignants et enseignantes. D'un seul coup, chacun prend conscience de son ignorance. Un questionnaire accompagnant l'exposition proposait de citer dix femmes scientifiques, toutes époques et tous pays confondus. Essayez, à brûle pourpoint ! Dans « femmes et mathématiques » il y a mathématiques, et l'on a aussi fait des mathématiques autrement. Mais ceci est une autre histoire.

### Appendice : À propos de Florence Nightingale (1820-1910)

par Michèle Audin

Comme vous peut-être, j'ai été assez étonnée de découvrir Florence Nightingale en « mathématicienne du jour ».

D'elle, je connaissais une certaine image édifiante<sup>1</sup>. Infirmière anglaise, elle était partie soigner les blessés de la

---

<sup>1</sup>principalement acquise dans les romans d'Anne Perry publiés dans la collection *Grands détectives*, chez 10:18, que je vous conseille au passage. À noter que l'auteure, fille de mathématicien d'après les « deux de couv' », ne signale pas cet aspect des compétences de Florence Nightingale.

guerre de Crimée, une guerre terrible, un véritable charnier, pendant laquelle de nombreux blessés ont agonisé longuement dans la boue ou, dans le meilleur des cas, dans des hôpitaux de campagne.

À cette époque, les infirmières qui n'étaient pas des religieuses étaient en général des femmes du peuple, misérables, illettrées et alcooliques, des sortes de bonnes-à-tout-faire des hôpitaux, sans aucune formation ou compétence médicale. Florence Nightingale venait d'un milieu bourgeois et cultivé. Ses capacités professionnelles dans cette épreuve traumatisante pour l'Angleterre, victorienne à défaut d'être victorieuse, ont été un modèle de professionnalisme pour de nombreuses femmes. Bien au delà des réformes qu'elle a promues dans les hôpitaux, l'influence de Florence Nightingale sur le développement du travail des femmes et de la prise de conscience de celles-ci est énorme.

J'ai cru pendant un bref instant qu'Anne Boyé utilisait notre Florence

comme exemple de l'influence que pouvait avoir un tel modèle (après tout, il y a beaucoup de femmes infirmières, non ?). Une petite recherche sur la ouèbe m'a dé-trompée. Florence Nightingale était *aussi*, simultanément, une mathématicienne. En même temps qu'elle pratiquait, dans les conditions que j'ai dites, une médecine brutalement concrète, elle a utilisé et mis au point des techniques de ce qu'on appelle maintenant la « statistique médicale ». Elle a *démontré* que le taux de mortalité dans les hôpitaux baissait quand les conditions sanitaires s'amélioraient (à son arrivée à Scutari, en 1855, le taux de mortalité dans les hôpitaux militaires était de 42,7%). Elle semble avoir été la première à présenter ses résultats sous formes de « camemberts ». Je vous renvoie à la page ouèbe qui lui est consacrée sur le site <http://www.agnesscott.edu/lriddle/women/women.htm> et aux références qu'elle contient.

*Anne Boyé*

Lycée de Grand-Air, 44500 La Baule.

*Michèle Audin*

Institut de Recherche Mathématique Avancée, Université Louis Pasteur et CNRS,  
7 rue René Descartes, 67084 Strasbourg cedex, France.

*E-mail* : [Michele.Audin@math.u-strasbg.fr](mailto:Michele.Audin@math.u-strasbg.fr)

*Url* : <http://www-irma.u-strasbg.fr/~maudin>

## ABÉCÉDAIRE

*Michelle Schatzman*



Photo : M. Schatzman

**A**mitié. Le plus précieux des relations humaines. Découverte de l'adolescence : des amis de l'autre sexe, ni flirts ni amants (voir *Piero*). Révélation à mon entrée en prépa : un lycée mixte, et des condisciples qui partageaient les mêmes centres d'intérêt. Ne plus être seule de mon espèce, encore que... Oui, quelques uns de mes contemporains du même lycée sont devenus mathématiciens professionnels ; mais nous sommes n'importe comment une espèce rare. Au pluriel, salutation

préférée de mes messages électroniques : a tout le sens qu'on y met.

**CNRS.** M'man CNRS, que j'ai fréquentée consciemment ou inconsciemment depuis mes premiers jours (voir *naissance*). De 1972 à 1979 : attachée de recherche (laboratoire d'analyse numérique, Paris 6) ; de 1979 à 1984, chargée de recherche, d'abord à Paris 6 puis au Centre de Mathématiques de l'École Polytechnique (voir *X*) ; je deviens professeur à l'Université Claude Bernard – Lyon 1 en 1984 (voir *mobilité*), et de 1984 jusqu'à

maintenant, je suis membre de l'URA 740 « Equipe d'Analyse Numérique Lyon Saint-Etienne », qui devient l'UMR 5585 en 1996, s'appelle « Equipe d'Analyse Numérique de Lyon » en 1999, puis « Laboratoire de Mathématiques Appliquées de Lyon » en 2000 (voir *MAPLY*). Détachée comme directrice de recherche depuis 1995, puis intégrée au CNRS au 1er Septembre 2001. Retour vers le lieu d'où je viens? (voir *lieu*) Oui et non : M'man CNRS d'aujourd'hui est bien différente de M'man CNRS il y a 29 ans. J'ai parfois envie de lui taper dessus, et de lui dire : écoute M'man, si tu veux être jeune, et pas seulement toujours jeune, il faudrait t'occuper un peu mieux de ton avenir et de ce que tu veux être et faire. Regarde les bêtises que tu fais : est-ce que ça a le sens commun de prévoir 50 recrutements en informatique, quand tu en faisais moins de vingt les années précédentes? Sommes-nous un pays sous-développé, ravagé tantôt par l'inondation et tantôt par la sécheresse? (voir *oasis*).

**Couple.** De 1973 à 1986. Mariage en 1975, divorce en 1988. N'ai pas recommencé depuis.

**Direc-.** Beaucoup plus intéressant que -teur ou -trice. Test essentiel : est-ce que cela fait une différence dans le comportement des institutions que de prendre des responsabilités institutionnelles? Application : je suis devenue directrice de l'unité en 1995 ; je pense que cela a changé pas mal de choses — pour le meilleur et pour le pire. Jugement : à d'autres (voir *MAPLY*). Autre question, tout à côté de la précédente : qu'est ce que l'autorité

dans un régime démocratique? Comment responsabilise-t-on dans un système qui fait de l'irresponsabilité une de ses pierres de touche? Ai-je un rapport tordu au pouvoir? Vraisemblablement. Question à reprendre.

**Enfants.** Claude Pigier, née le 27 février 1976 à Clamart. Est partie en Israël à dix-huit ans (voir *hébreu*), et finit actuellement un master au Technion, entre la physique et les mathématiques appliquées. Je n'y suis pour rien dans son choix (tu parles! et l'exemple familial (voir *naissance*), tu y as pensé?). René Pigier, né le 11 Janvier 1983, à Paris ; sera ce qu'il fera de sa vie, mais pour le moment, ne sait pas. Grand amateur de géographie et de politique internationale, lecteur émérite de quotidiens, avec sept ans d'entraînement. Comprend les conflits africains, ce qui m'impressionne.

**Engueulade.** Vers 1977 ou 1978 : Gérard Mulet, secrétaire général de l'union départementale CFDT des Hauts-de-Seine, m'engueule, parce que je me plains de la vie. « Arrête de te disperser, fais ce à quoi tu réussis le mieux, travaille dur et ça ira mieux. » Merci Gérard : je te dois beaucoup. Corollaire : les gens dont on attend beaucoup, il faut savoir les engueuler. Pas forcément facile.

**Femme.** Je suis un homme généralisé : indécrottable plaisanterie, permettant de parler des choses importantes, celles qui fâchent, telle la place des femmes. Que nul ne parle au nom de (la classe ouvrière, les peuples opprimés, les femmes, etc...) s'il n'a reçu un mandat daté et signé. Parler et agir en mes lieux et places : si je donne mandat (voir *lieu*).

**Grandes Ecoles.** J'ai réussi deux concours en 1968, et je suis entrée à l'Ecole Normale Supérieure de Jeunes Filles. J'avais terriblement besoin de quitter mes parents, et je suis partie par la grande porte. Tendre souvenir, émotion : la bibliothèque de mathématiques était ouverte tout le temps, et j'y allais assez souvent aux petites heures de la nuit. Ce n'était pas une grande et belle bibliothèque, mais j'y ai beaucoup butiné. Question pour aujourd'hui : comment faire une place au talent, dans un monde démocratique, sans gâcher ce talent par des exercices et des contraintes stupides, sans faire non plus des gens talentueux des gens odieux. Ma jeunesse gauchiste ironisait sur « les meilleurs ». Mais le temps des illusions est fini : il y a évaluation, il y a du talent intellectuel, même s'il y a aussi le travail, l'environnement, et bien d'autres choses encore. Mais le travail, c'est aussi une des facettes du talent, et l'environnement, on le change vaille que vaille, autre talent à développer. Que nous sommes coincés et hypocrites dans ce pays pour parler de tout cela : non pas que ce soit trivial, mais les problèmes triviaux ne sont pas intéressants. Cependant, je ne crois pas praticable la fusion bureaucratique des grandes écoles et des universités ; plutôt des passages, des échanges. Pratique des petits mondes clos : certains sont généreux, et d'autres moins. Beaucoup d'admiration pour l'approche généreuse que je perçois à l'Ecole Centrale de Lyon. Causalité contingente : des personnalités ayant une certaine vision du monde, et un certain type de valeurs.

Une inertie sociale, qui va sanctionner certains comportements et en renforcer d'autres. Comment faire pour que le cercle soit vertueux ? Causalité plus prévisible : grande place donnée à la recherche. Lire, relire et re-relire Putnam (voir *oasis*). Tout homme est une île, et toute société humaine aussi, même en nos temps mondialisés. Faire une place aux femmes dans la science en général et dans les mathématiques en particulier, c'est faire une place à ce monde qui vient, et en pensant cette place comme un des pans de la volonté politique de s'associer : pas seulement l'association entre égaux, mais l'alliance entre les générations, alors que notre biologie nous rend irrémédiablement inégaux. Pourquoi les filles choisissent-elles plus volontiers l'X que la rue d'Ulm quand elles sont reçues aux deux ? Affaire de symbole : une fois que les filles étaient admises à être polytechniciennes, le commandement de l'école a fait ce qu'il fallait pour qu'elles soient vues comme faisant totalement partie du système. La direction de la rue d'Ulm s'est-elle seulement posé la question ?

**Hébreu.** Ma fille parle un excellent hébreu ; le mien est insuffisant. Philologie : verbe *`avor* : passer ; on peut passer le fleuve, et ce fleuve sera le Jourdain, et on sera un hébreu, un *`ivri*. Si on passe au-delà des lois et qu'on commet une *`avera*, une transgression, on a passé une limite, on a traversé un fleuve d'une autre nature. Je n'ai pas connu mon grand-père paternel, Benjamin (voir *Schatzman*) arrêté comme otage en 1941 et déporté en

1942 ; c'était un bon hébraï sant, fort antireligieux ; il voulait appeler son fils Hébreu, c'est à dire Ivry ; mais, comme ça ne sonne pas particulièrement bien en région parisienne, un employé municipal reçut quelques timbres intéressants pour que l'enfant fût déclaré Evry — on ne peut pas dire que cela sonne mieux : en 1920, Evry-Petitbourg, devenue ultérieurement la ville d'Evry, était une bourgade perdue au fin fond de la Seine-et-Oise.

**Justice.** Tsedek, tsedek tirdof (Deutéronome, XVI, 20). La justice, la justice tu rechercheras. Et pourquoi le mot justice est-il double dans l'Écriture ? Pour t'enseigner que la vraie justice est celle qui est juste pour toi autant que pour ton adversaire : c'est un compromis qui satisfait les deux parties et qui permet d'éteindre le conflit ; la victoire totale n'est qu'une justice approximative.

**Lieu.** Ce qui permet de parler de présence ou d'absence. Le rationalisme est possible parce que la présence divine, autrement appelée Lieu, s'absente du monde pour laisser l'homme (voir *femme*) libre. Sans liberté, pas d'action louable : il n'y a qu'à voir comment nous profitons de notre liberté pour passer les limites ; le Lieu serait aussi Liberté que cela ne m'étonnerait pas.

**MAPLY.** Laboratoire de Mathématiques Appliquées de LYon. Laboratoire est le plus beau terme des institutions scientifiques : c'est l'endroit où l'on travaille, c'est celui où on élabore. MAPLY est l'un des labos de maths vraiment compliqué : quatre établissements de tutelle (Université Claude Bernard Lyon 1, Ecole Centrale de Lyon, INSA de Lyon, CNRS),

des personnels appartenant à cinq établissements (les précédents, plus l'université de Saint-Etienne). Dans les incarnations précédentes nous avons des composantes par établissement, avec un responsable par composante et un directeur la fonction était de bien présenter pour l'extérieur : une brillante place de potiche. Les composantes avaient toutes des noms différents et compliqués. Il fallait construire une identité de laboratoire, et à un moment donné, accepter de se faire un nom en commun. Choisir mathématiques appliquées plutôt qu'analyse numérique, c'est attester que nous ne faisons pas que de l'analyse numérique, mais que nous utilisons tous les outils mathématiques dont nous avons besoin dans les applications. Se faire un nom, ce n'est pas qu'une délibération de conseil d'unité : c'est aussi se faire un renom, et une réputation. C'est se créer un avenir : avenir intellectuel pour les membres présents, carte de visite et carrière pour ceux qui nous quittent après être restés quelque temps chez nous. C'est aussi créer une identité plus grande et plus forte que ses créateurs — et je poserai mon sac de directeur le 31 Décembre 2002.

**Mobilité.** Partir à Lyon m'a donné une deuxième vie. J'ai étendu mes problématiques anciennes et développé des problématiques nouvelles en changeant de monde relationnel. J'ai eu aussi une vie intéressante, ce qui est une malédiction chinoise, et une bénédiction occidentale ; voir *MAPLY*.

**Naissance.** 8 Décembre 1949, à Paris, troisième des trois enfants du couple.

Père : Evry Schatzman (voir *hebreu*), astrophysicien, chercheur au CNRS ; devient professeur sans chaire (nos actuels professeurs de deuxième classe) vers 1956, obtient une chaire en 1961 ; je me souviens de sa leçon inaugurale — parce qu'il y avait des leçons inaugurales. Repasse au CNRS vers 1972 (tiens, tiens...). Appartient toute sa vie professionnelle à une structure CNRS ; conserve une affiliation comme émérite, et un bureau à Meudon. Hémorragie cérébrale le 9 Septembre 2001. Se remet, mais si lentement. Mère : Ruth Fisher (voir *sionisme*) au foyer, puis reprend des études après ma naissance ; agrégée de russe (sa langue maternelle) en 1957. Les larmes de ma mère ayant réussi l'agrégation, et venant me chercher à une fête enfantine : le jury souhaitait l'envoyer à Clermont-Ferrand pour son premier poste, et c'était impossible ; elle a préféré travailler dans quatre lycées différents la première année ; la deuxième elle enseigne à Lille, la troisième, elle est de retour à Paris. Passe dans le supérieur après 1968, finit sa carrière comme maître de conférences à Paris VIII, qui n'est plus à Vincennes, mais à Saint-Denis. Continue de travailler sur les contes russes.

**Oasis.** Dans un rêve, on pourrait tenter de construire un laboratoire qui se baserait sur des valeurs explicites, sur lesquelles on s'accorderait, et qu'on pourrait énoncer comme conditions d'adhésion à ceux qui veulent faire partie de l'opération. Mais les sociétés humaines ne marchent pas comme cela. On peut toujours penser à sauver le monde, ou

avec à peine moins d'arrogance, souhaiter mener un peuple vers la terre promise. De fait, il serait plus sain de se voir en bâtisseur d'oasis, toujours en train de lutter contre l'avancée des sables, et jugé sur le goût des dattes : et nous demandent-on vraiment combien d'esclaves nous avons épuisés pour obtenir ces fruits délicieux ? Moi, je me le demande à moi-même. Cependant, je recommande pour comprendre les sociétés, non seulement le « Discours de la Servitude Volontaire » d'Etienne de La Boétie, mais aussi « Making Democracy Work », de Robert Putnam (Princeton University Press). Quoi qu'il en soit, c'est la volonté politique d'être en société et d'en assumer les responsabilités qui fait fonctionner la démocratie.

**Piero.** Piero de Mottoni (Trieste, 1943 ; près de Rome, 1990). Il avait confiance en tout sauf en ses mathématiques ; je n'avais confiance en rien sauf en mes mathématiques. Il est mort dans un accident de voiture ; il m'a fallu dix ans pour en parler sans me déchirer, et onze pour écrire. Amitié par excellence.

**Projets.** Faire des calculs non linéaires avec des algèbres de Hopf. Comprendre pourquoi les différences finies ont une structure profondément non commutative, et en quoi cela change la manière de faire ces calculs ; en tous cas, les schémas aux différences quels qu'ils soient ne sont pas des objets intrinsèques, comme les équations différentielles et les champs de vecteurs : cela, c'est élémentaire. Lire donc Connes et Kreimer — ce que je fais, mais j'ai du mal. Comprendre comment les grands spécialistes des schémas

numériques pour les équations différentielles ordinaires (tels John Butcher) ont une approche algébrique. Imaginer des schémas rapides pour les systèmes de réaction-diffusion : trouver un préconditionnement, ou fabriquer des schémas de directions alternées d'ordre élevé et stable ; en fait mieux comprendre l'interaction entre les conditions typiquement analytiques de stabilité et les conditions typiquement algébriques de consistance. Sortir du placard les choses obscures : faire par exemple une théorie de LU incomplet, alors qu'on ne sait pour ainsi dire rien sur un algorithme où le coup de tournevis reste roi. Ce qui est intéressant, c'est que c'est toujours non commutatif. Faire vraiment de l'analyse numérique non commutative. Et toujours les problèmes de dynamique avec impact : comprendre les modèles de frottement les plus utilisés. Je suis très frustrée par le frottement de Coulomb : y a-t-il une approche par pénalisation ? Et que peut-on dire sur les modèles de milieu continu, qui ont à peine avancé depuis les années 80 ? Est-ce qu'on peut montrer que l'énergie est conservée au moyen de savants théorèmes de trace ? Tant de choses à faire, et je n'ai qu'une vie.

**Rationalisme.** Plutôt une religion rationaliste qu'une religion du rationalisme ; le rationalisme comme religion se dispense d'afficher que le choix des valeurs relève de la liberté (voir *lieu*) et non de la nécessité ; par là-même, il s'interdit de penser les valeurs autrement que sur le mode du non-dit, ce qui contredit

l'énoncé qui prétend le fonder. Ma religion : celle de Maimonide et du professeur Yeshayahou Leibowitz. Je me fiche et je me contrefiche de l'au-delà, des temps messianiques, des anges, des démons et de la doctrine de la rétribution (voir *romantisme*) — le commandement est la récompense du commandement, et la transgression est la punition de la transgression. La religion romantique est l'ennemie du genre humain, en ce qu'elle fait de l'absolu avec du relatif ; elle conduit à des horreurs, tel le sacrifice humain, et le judaïsme rationaliste la catégorise comme idolâtrie. Il n'y a plus de cultes idolâtres de nos jours : ah bon ? Et tous les ismes sanglants du XX<sup>ème</sup> siècle, qu'ont-ils été ?

**Repenties.** Il y a des filles repenties. Je suis une littéraire repentie. Je suis tombée amoureuse des mathématiques à l'âge de quatorze ans. Avant, je voulais être réalisat- de cinéma. Avant, je voulais apprendre beaucoup de langues. Théorie d'un grand mathématicien russe (Kolmogorov ?) : la maturation émotionnelle des mathématiciens s'arrête quand ils commencent à faire des mathématiques. Il avait peut-être raison. Les mathématiques comme clé, comme monde intérieur, comme énigme policière, comme poésie, comme plongée en apnée, comme pensée qui n'est pas en mots mais en symboles et en images. Et aussi en odeur (avec mes doctorants, quand je travaille : ce calcul-là, ça sent la faute !) et en mouvement. Difficulté de faire transformer un itinéraire en description.

Comment écrire le discours des mathématiques quand leur fabrication n'est jamais discursive ?

**Romantisme.** Ce sont mes mathématiques, et ma façon d'écrire qui sont incurablement romantiques. Il y a des maths que j'aime, et d'autres que je déteste. Il y a des maths que j'ai apprises étant petite, et d'autres que je découvre tardivement. Fascination précoce pour l'analyse. L'analyse numérique nécessaire pour agir sur le monde réel. La géométrie, apprise tardivement, et parce que j'en ai besoin. Et maintenant, il faut que je me mette à l'algèbre, pour la même raison, et je souffre, et je trouve toujours des raisons pour reculer. Mais je finirai bien par... Les maths, c'est tripal.

**Sionisme.** Monde de l'ambiguïté. Part intégrante de l'histoire familiale et personnelle. En 1924, Joseph Fisher quitte Odessa; il avait été élu à la Douma d'Ukraine (ou d'Odessa : le récit familial a quelques incertitudes) peu avant la prise du pouvoir par les Bolcheviks. La police du Tsar l'avait envoyé en Sibérie, celle de Staline lui donne le choix entre l'exil et la cessation de ses activités sionistes. Il part pour la Palestine, où sa femme et sa fille de quatre ans le rejoignent peu après. En 1925, il est envoyé en France pour un an, toujours au titre des activités sionistes. Il y reste vingt-cinq ans. Ma famille en Israël : ma tante maternelle (partie pour un an), son mari, leurs deux enfants, leur huit petits enfants. Les descendants de mon arrière-grand-père Hirsch, grande tribu de Schatzman. Ma fille Claude (elle

aussi partie pour un an). Ma nièce Elisabeth dite Lisa, violoniste, partie pour un an, et qui n'est restée qu'un an — mais y a laissé son cœur. Israël : avenir de destruction, de sang, de peur, de haine (voir *justice*). La terre qui vomit ses habitants. Terre promise : oui, conditionnellement. Contrat : habiller les pauvres, libérer les esclaves, assurer la justice. Prendre quand même un peu de recul : à quoi ressemblait l'avenir de l'Europe le 10 Décembre 1941 ? Et combien de temps fallait-il pour passer une frontière en Europe le 10 Décembre 1961 ? Et comment l'Europe percevait-elle l'empire soviétique le 10 Décembre 1981 ?

**Schatzman.** Nom étrange en allemand ; d'ailleurs il y a une faute d'orthographe. Normal : l'état civil de Benjamin Schatzman était écrit en turc, quand il a été naturalisé au début du 20<sup>ème</sup> siècle. Il avait été établi en Palestine, où Hirsch, son père, l'avait emmené en 1882, venant de Roumanie. Hirsch faisait partie du mouvement des Amants de Sion (voir *sionisme*). Et Schatzman, ça veut dire quoi alors, si c'est plutôt du yiddisch que de l'allemand ? bon, « man », cela veut dire « homme », et schatz, c'est un acronyme : le son « ch » pour « chalia'h » et le son « ts » pour tsibour. Le chalia'h hatsibour, c'est le délégué de la communauté (voir *direc-*), c'est à dire celui qui dit la prière au nom de la communauté, lors de l'office public. Mon nom de famille veut dire « service public ».

**Syndicalisme.** Le SGEN, la CFDT : vieilles amours commencées en 1970, auxquelles je suis toujours encore un

peu fidèle. Temps du militantisme intensif de 1970 à 1977, environ : temps gâché ou temps gagné ? Au lieu de me faire des années d'apprentissage à l'établi des mathématiciens, je m'en suis fait en manifestant, en écrivant des tracts, en me formant politiquement et syndicalement. Gagné : apprendre ce qu'est un rapport de forces, rencontrer un monde qui n'était pas le mien, monde quasiment disparu, celui de l'aristocratie ouvrière, taper sur un clavier plus vite que mon ombre. Dans ces années-là, il y avait des secrétaires généraux d'organisations, qui avaient 25 ou 26 ans, et qui étaient intelligents, courageux et créatifs comme les jeunes officiers qu'ils auraient été dans un autre temps. Certains d'entre eux sont entrés à l'ENA par la troisième voie et ont fait une brillante carrière ensuite. Gâché : un début de carrière scientifique. Vivre, c'est savoir perdre. De nos amours, il reste toujours quelque chose.

**Thèse.** Thèse de troisième cycle en 1971, sous la direction de Haï m Brezis. Thèse d'état en 1979, sous la direction de Jacques-Louis Lions (paix à ses cendres). Je n'ai pas été bien vite (voir *syndicalisme*), et je sais que j'ai déçu : à ceux et celles que j'ai déçu(e)s : pourquoi ne me l'avez-vous pas dit ? Je dois ma carrière mathématique à un responsable syndical (voir *engueulade*). J'ai travaillé sur un sujet que j'avais choisi, et qui n'intéressait guère le Maître. Il s'agissait de faire la théorie mathématique des problèmes d'impact en mécanique, tant à nombre fini qu'infini de degrés de liberté. Cette théorie est encore presque entièrement à faire : j'ai fait deux ou trois encoches

dans ce que je considère comme l'une des questions les plus difficiles de mathématiques appliquées : prouver l'existence d'une solution des équations de l'élastodynamique avec conditions de Signorini au bord (non pénétration et absence de frottement), et savoir si cette solution conserve ou non l'énergie. Voir *projets*.

**Voix.** La voix de mon ami qui frappe (Cantique des Cantiques, V,2). Lire les traductions d'Henri Meschonnic. Lire les textes classiques, littéraires ou scientifiques. Lire et expliquer. Le texte se fait voix. Absence définitive : lire, ce n'est pas seulement lire ce qui est écrit, mais aussi ce qui n'est pas écrit, comme le négatif et le positif de la photo. Quand on lit, on lit aussi l'Absent, qu'on le sache ou pas. On ne peut pas désapprendre, et il n'y a pas d'âge d'or. Temps messianiques, toujours au futur : demain on rase gratis (voir *sionisme*). Un des ismes sanglants ? Oui, l'idolâtrie de la terre et du territoire est sanglante.

**X.** Ça pourrait être l'inconnue spatiale, celle que je mets dans toutes mes équations aux dérivées partielles, ou le flot, que je mets dans mes équations différentielles ; ce sera l'École Polytechnique, laquelle n'a été ouverte aux filles que quatre ans après que j'aie atteint l'âge idoine. De ma promotion, j'ai eu fort peu d'amis rue d'Ulm, et beaucoup à l'X ; j'ai passé deux ans et demi merveilleux au Centre de Mathématiques Appliquées de l'X, qui est à mon avis le meilleur laboratoire de mathématiques appliquées de France ; et j'en suis partie, le regret au cœur, ne sachant pas ce que j'allais trouver à Lyon, mais convaincue qu'il

## ABÉCÉDAIRE

est mieux d'être professeur que chargé de recherche — convaincue pour tous avec ou sans « e », pas seulement pour moi. C'est quand même discutable que de chercher à être promu, en perdant la maîtrise d'une partie de son temps. Mais les meilleurs légumes mathématiques ne poussent pas dans les serres chaudes. Nécessité d'aller ailleurs, de prendre son indépendance, et de quitter le cocon (voir *mobilité*).

**Zen.** Dans ma prochaine vie (voir *projets*).

*10 décembre 2001*

*Michelle Schatzman*

MAPLY, Université de Lyon 1, 69622 Villeurbanne Cedex, France.

*Url* : <http://maply.univ-lyon1.fr/~schatz>

*E-mail* : [schatz@lan.univ-lyon1.fr](mailto:schatz@lan.univ-lyon1.fr)



## OLGA ARSIENEVNA OLEINIK (1925–2001)

*Colette Guillopé*



Visograd 1988. De g. à d. Don Aronson, Olga Oleinik, R. Kersner  
Photo : F.B.Weissler

**O**LGA OLEINIK est décédée le 11 octobre 2001 à l'âge de 76 ans. Elle était née en Ukraine près de Kiev. Elle poursuit ses études secondaires et commence des études universitaires en mathématiques à Perm en Oural où sa famille avait été déplacée pendant la guerre. Brillante étudiante, elle

est envoyée en 1944 à l'université Lomonosov à Moscou, où elle débute sa carrière de chercheuse sous la direction du Professeur I. G. Petrowsky.

Olga Oleinik a été une mathématicienne remarquable, publiant son premier résultat alors qu'elle était à l'université en deuxième cycle, à l'âge de 20 ou

21 ans. Elle est l'auteur de plus de 350 articles et d'une dizaine de monographies et elle a dirigé plus d'une soixantaine d'étudiants dont plusieurs sont maintenant professeurs en Europe, en France en particulier.

À 25 ans, elle est nommée assistante, puis quatre ans plus tard professeur à la chaire des équations différentielles de l'université de Moscou et, à l'âge de 40 ans, devient académicienne. À l'âge de 48 ans elle est nommée directrice de la chaire d'équations différentielles - c'est en 1973 - elle crée alors le séminaire Petrowsky : ce séminaire, organisé depuis 1978 conjointement avec la Société mathématique de Moscou, réunit dans ses sessions annuelles une centaine de mathématiciens.

Ses sujets de recherche ont été fortement influencés par I. G. Petrowsky. Son travail de première thèse, qu'elle soutient en 1950, se rapporte à la géométrie des variétés algébriques et au 16ième problème de Hilbert (la première partie s'énonce ainsi : « trouver le nombre de courbes fermées d'une courbe algébrique réelle ayant un degré donné » ; elle a travaillé sur les courbes de degré 6 et les surfaces de degré 8 - les premiers travaux avaient été faits par deux élèves de David Hilbert, Grete Kahn et Klara Löbenstein, et un travail très intéressant a été réalisé par Virginia Ragsdale, sous la direction probable de Charlotte Scott et publié en 1906).

En fait, l'essentiel des recherches d'Olga Oleinik porte sur l'étude des solutions fondamentales de problèmes d'équations aux dérivées partielles, en

liaison avec leurs applications à la physique. C'est le cas, par exemple, dans son étude des couches limites de Prandtl qui se créent dans un écoulement au voisinage d'un obstacle fixe, domaine de recherche qu'elle a parcouru pendant plus de 40 ans. On peut aussi affirmer qu'elle a fondé la théorie de l'homogénéisation, théorie qui permet d'étudier une approximation du problème posé par un problème dit homogénéisé lorsqu'un petit paramètre (par exemple la taille d'un grain de sable, ou d'un réseau d'un alliage métallique) tend vers 0. Elle a travaillé sur la théorie de l'élasticité, trouvant en particulier avec V. A. Kondratiev une preuve simple d'une inégalité de Korn. Dans la théorie des équations hyperboliques non linéaires, qui modélisent l'écoulement de l'air autour d'une aile d'avion par exemple, elle a fait la première étude des solutions discontinues (ou chocs) : la formule de Lax-Oleinik donne une condition que doivent satisfaire les solutions admissibles, ce qui permet aussi d'en étudier la stabilité.

Olga Oleinik avait une très grande puissance de travail, une forte personnalité et ses rapports avec ses collègues ou ses élèves n'ont pas toujours été faciles. Cependant son amitié et sa générosité étaient grandes, une fois la glace rompue. Elle avait une grande culture, notamment connaissait la littérature française classique, et aimait la peinture. Par exemple elle aimait visiter des expositions lors de ses voyages à l'étranger, quitte à passer des nuits blanches à faire des mathématiques, activité qui la passionnait plus que tout. Elle a beaucoup

voyagé, en particulier à Paris, participant aux séminaires d'équations aux dérivées partielles de la région parisienne lors de ses passages. Yvonne Choquet-Bruhat, Laurent Schwartz, Jacques Leray, Jacques-Louis Lions, Gustave Choquet, Bernard Malgrange, entre autres, étaient parmi ses amis.

Je l'ai rencontrée en mai 1988, lors de l'un des premiers colloques en Europe de l'Est qui rassemblait pratiquement autant de mathématiciens de l'Est que de mathématiciens de l'Ouest. C'était à Visegrad, près de Budapest en Bulgarie. Je l'ai revue à Paris et à Orsay l'année suivante. Je conserve d'elle le souvenir d'une grande femme au visage accueillant, manifestant une grande curiosité vis-à-vis de la « jeune » mathématicienne française que j'étais, et de la

jeune mère que j'étais aussi. L'association « femmes et mathématiques » l'avait invitée à venir à Luminy lors de la conférence francorusse qu'elle organisait en 1995 pour aider les mathématiciennes russes à sortir de leur isolement. Elle n'avait pas pu venir, le voyage était trop long et fatigant. Dommage... dommage aussi pour la majorité d'entre nous qui n'ont pas eu la chance de la rencontrer.

Pour en savoir plus sur son travail, voir une revue extensive dans le *Journal of Mathematical Science*, 85, 1997, p. 2249-2259. Pour une étude historique des problèmes de Hilbert, voir le tout récent livre de Jeremy Gray, *The Hilbert Challenge*, Oxford University Press.

*Colette Guillopé*

Université Paris XII-Val de Marne, Mathématiques, UFR Sciences et Technologie,  
61 av. du General De Gaulle, 94010 Creteil Cedex, France.

*E-mail* : guillope@univ-paris12.fr



## L'ÉGALITÉ DES CHANCES ET LA FORMATION DES MAÎTRES : EN MARCHÉ ?

*Christine Fontanini & Véronique Lizan*

L'idée que l'éducation doit garantir une égalité des chances aux filles et aux garçons a émergé assez récemment : il en est question essentiellement depuis la convention de 1984 avec la ministre déléguée chargée des droits des femmes ([Za]).

Les derniers textes du ministère sur le sujet sont la « Convention pour la promotion de l'égalité des chances entre les filles et les garçons, les femmes et les hommes dans le système éducatif » du 25 février 2000 (Bulletin officiel de l'éducation nationale n° 10 du 9 mars 2000) qui sera désignée dans cet article sous le nom de « convention » (ou « convention sur l'égalité des chances ») ainsi que le Bulletin officiel de l'éducation nationale hors-série n° 10 du 2 novembre 2000 intitulé « À l'école, au collège et au lycée : de la mixité à l'égalité. » (Voir [Vo] p.137-139 pour une liste des principaux textes législatifs récents prenant en compte l'égalité entre les sexes dans le domaine de l'éducation). À noter que la convention sur l'égalité des chances s'adresse non seulement aux personnels de l'éducation nationale mais aussi à tous les acteurs et partenaires du système éducatif.

Notre propos ici est de présenter d'abord la partie de la convention qui concerne la formation des maîtres ainsi que le document d'accompagnement qui a suivi, puis de faire un bilan de ce qui a été réalisé dans ce domaine jusqu'en juin 2001 suite à la signature de la convention, et enfin, à la lumière d'expériences vécues dans le cadre de la mise en place de la convention, de donner quelques pistes qui, à notre sens, permettraient de compléter la formation à l'enseignement des mathématiques et des sciences du point de vue de l'égalité des chances.

### **La convention sur l'égalité des chances**

La convention a été signée le 25 février 2000 par M. Aubry, ministre de l'emploi et de la solidarité, C. Allègre, ministre de l'éducation nationale, de la recherche et

de la technologie, S. Royal, ministre déléguée pour l'enseignement scolaire, J. Glavany, ministre de l'agriculture et de la pêche, et N. Péry, secrétaire d'État aux droits des femmes et à la formation professionnelle. C'est donc un document interministériel qui s'appuie sur des réseaux ou structures déjà en place, des ministères ou secrétariats d'État ci-dessus aux établissements d'enseignement (personnels administratifs et enseignants) en passant par les services académiques, universitaires ou régionaux concernés (services d'information et d'orientation, services régionaux des droits des femmes, etc.) ainsi que les collectivités locales et les associations. Tous les acteurs du système éducatif sont concernés, « du pré-élémentaire à l'enseignement supérieur, de la formation initiale à la formation tout au long de la vie ». Le ministère de l'agriculture et de la pêche est associé parce qu'il gère l'enseignement agricole et, notamment, le recrutement et la formation du personnel enseignant ainsi que des conseillers principaux d'éducation de ses établissements.

La convention a pour objectif de « favoriser l'égal accès des femmes et des hommes à tous les métiers et à tous les niveaux de qualification et de responsabilité » et, pour cela, s'articule autour de trois axes : l'orientation scolaire et professionnelle pour une meilleure adaptation de l'offre de formation initiale aux perspectives d'emploi, la promotion d'une éducation fondée sur le respect mutuel des deux sexes et, enfin, le renforcement des outils de promotion de l'égalité ainsi que la formation des acteurs.

Concernant la formation des personnels, la convention prévoit de :

« 3.2. Former l'ensemble des membres de la communauté éducative à l'égalité des chances.

★ *Introduire systématiquement une formation spécifique dans la formation initiale des enseignants au sein des IUFM, des centres de formation des conseillers d'orientation-psychologues, du centre de formation de la direction des personnels administratifs, techniques et d'encadrement, ayant pour thème l'élargissement des choix professionnels des filles et des garçons, les rôles sociaux des hommes et des femmes, l'identification des stéréotypes. Introduire de même une formation spécifique dans la formation initiale des personnels d'éducation-surveillance et des autres agents de la communauté éducative de l'enseignement agricole.*

★ *Élaborer un module de formation sur l'égalité des chances pour la formation continue des personnels de l'ensemble de la communauté éducative. Ce type de formation concernera également les membres des corps d'inspection et les personnels de direction.*

★ *Mettre en place une politique globale d'information et de formation à la question de l'égalité dans l'ensemble de l'enseignement supérieur (conférences des présidents, directeurs d'établissement et équipes de direction, enseignants, associations d'étudiants,...).*

★ *Diffuser aux enseignants un matériel pédagogique adapté, notamment la brochure « Filles et garçons à l'école, une égalité [à construire] » (CNDP 1999).*

★ *Créer des centres de ressources pour l'information de la communauté pédagogique utilisant les nouvelles technologies de communication et mettant en place des banques de données*

*académiques, nationales et européennes. Le service Internet sur l'égalité des chances entre les filles et les garçons dans l'éducation permet, à cet égard, de rassembler les outils en matière de pédagogie, d'ouvrir un espace de débats et d'échanges de pratiques.*

*\* Tenir compte des différences entre filles et garçons concernant le rapport au savoir, en particulier dans les travaux pluridisciplinaires encadrés. »*

Ainsi, la convention définit comment le personnel, administratif ou enseignant, doit recevoir une formation sur le thème de l'égalité des chances filles-garçons. Pour le contenu de la formation elle-même, des pistes sont proposées tout au long du texte.

Le Bulletin officiel de l'éducation nationale (BOEN) hors-série n°10 du 2 novembre 2000 est un document d'accompagnement pour la convention qui s'adresse aux enseignants et « propose des pistes de travail autour de situations de la vie scolaire puisées dans la réalité quotidienne des écoles, des collèges et des lycées ». Il se veut un document pédagogique pouvant donc être utilisé dans les classes mais permettant aussi, en amont, aux enseignants de s'interroger sur leurs pratiques.

Il propose des scénarios-types, analyse, pour chacun, les stéréotypes ou constats mis en lumière ainsi que les conséquences pédagogiques qui en découlent, et enfin suggère des recommandations contrant les stéréotypes ou constats afin d'assurer une meilleure participation de chaque élève en classe. Les sujets traités sont les interactions en classe, le travail en groupe, les activités physiques, l'évaluation, l'orientation, la santé et la prévention des violences sexistes et sexuelles. À la fin de chaque sujet, sont proposés une bibliographie ainsi qu'éventuellement du matériel pédagogique (vidéocassettes, mallette pédagogique) ou des éléments de réflexion (information sur « l'effet Pygmalion », chiffres sur l'orientation).

### **Actions menées à ce jour**

Avant la signature de la convention, quelques actions de formation avaient déjà été proposées dans quelques Instituts universitaires de formation des maîtres (IUFM). Dix de ces actions ont été recensées par J. Fine ([Fi]), dont deux seulement en 1999-2000 : deux journées de formation continue dans l'académie de Limoges ainsi qu'une série de trois conférences à caractère non obligatoire, proposée aux étudiants et étudiantes en première année à l'IUFM de Midi-Pyrénées (Toulouse). Ces quelques actions isolées reposaient sur une seule personne et ont toutes cessé lors de sa mutation ou de son départ à la retraite. Par ailleurs, lorsqu'il s'agissait de modules optionnels ou de formation continue, le trop faible nombre d'inscrits n'a souvent pas permis de finaliser le projet. À Limoges toutefois, les journées conçues par V. Legros ont bien eu lieu, mais pour un nombre d'inscrits relativement restreint. À Toulouse, des conférences ont été proposées par l'équipe « Mixité scolaire et démocratie », constituée en janvier 1999 à l'IUFM, à l'initiative de trois membres de l'association *femmes et mathématiques*, J. Costes, J. Fine et V. Lizan.

En 2000-2001, à notre connaissance, seuls quatre IUFM, ceux de Caen, Lille, Lyon et Midi-Pyrénées, ont organisé des formations dans le cadre de la mise en œuvre de la convention : elles ont été présentées lors de la journée « Les modalités de mise en œuvre d'une politique d'égalité des chances entre les femmes et les hommes au sein des établissements d'enseignement supérieur » qui s'est tenue au ministère de l'éducation nationale le 16 mai 2001 (Fo), ainsi que lors de la réunion du groupe de pilotage national « Égalité des chances filles et garçons » pour le primaire qui s'est tenue le 13 juin 2001 (ce groupe ministériel a été dissous le 5 septembre 2001) (Ho).

À Caen, une demi-journée de stage a été proposée à douze stagiaires du premier degré sur le thème des filles et des garçons dans la littérature de jeunesse ainsi qu'une sensibilisation aux problèmes d'inégalités entre filles et garçons à l'école pour le second degré.

À Lille, une journée obligatoire de formation à la citoyenneté avec proposition de sujets de mémoires sur le thème de l'égalité des chances filles-garçons a été proposée aux professeurs stagiaires du premier degré. Par ailleurs, un questionnaire destiné aux enseignants de cinq circonscriptions désignées de l'académie ainsi que son dépouillement ont été prévus ainsi que la réalisation d'une animation pédagogique sur le sujet dans une circonscription.

L'IUFM de Lyon est pilote pour la mise en œuvre de la convention dans les IUFM : c'est M. Zancarini-Fournel qui, en collaboration avec la direction de l'enseignement supérieur, est chargée d'impulser cette mise en œuvre. Ainsi, par exemple, l'établissement de Lyon regroupe des ouvrages sur la question du genre et gère leur emprunt. Durant l'année 2000-2001, il a été dispensé à Lyon un volume de 350 heures d'enseignement relatif à la convention, filière par filière, dans des groupes de petite taille, sous forme de quelques heures de cours, trois à vingt-quatre heures selon les formations, une dizaine de formateurs et formatrices y participant. Une conférence sur le thème « Filles et sciences » a été proposée aux professeurs stagiaires de mathématiques puis aux formateurs en mathématiques. Enfin, deux séminaires de recherche ont également eu lieu : le premier sur le genre en éducation ; le second sur le corps en éducation, suivi essentiellement par les professeurs d'éducation physique et sportive.

À Toulouse, c'est l'équipe « Mixité scolaire et démocratie » qui a proposé des actions pour la mise en œuvre de la convention, sous la coordination de C. Fontanini qui était allocataire temporaire d'enseignement et de recherche à l'IUFM Midi-Pyrénées pour six mois. Huit conférences à caractère non obligatoire ont été données à l'intention des étudiants en première année ; une semaine thématique « Filles et garçons : une égalité à construire » a été aussi proposée aux professeurs stagiaires. Ces journées ont été suivies par 230 stagiaires sur les quelque 1500 stagiaires que comptait l'académie. Enfin, les chefs d'établissement en première année de formation ont

suivi une demi-journée spécifique sur le thème, à la demande de l'inspectrice en charge de la formation.

### **Obstacles**

Ainsi, en 2000-2001, quelques actions sporadiques ont été réalisées dans le cadre de la mise en œuvre de la convention dans les IUFM. Pourtant, les idées ne manquent pas pour des actions plus systématiques, aussi bien au niveau de la formation initiale que de la formation continue, mais elles se heurtent essentiellement à deux obstacles : le manque de ressources humaines et la difficulté à s'insérer dans les plans de formation. Remarquons d'une part, qu'à Lyon en 2000-2001 par exemple, deux personnes seulement étaient impliquées ; à Toulouse, l'équipe n'a compté qu'une personne (non titulaire de son poste) à plein temps sur le projet pendant six mois, tandis que les autres membres de l'équipe soit assuraient leur service d'enseignement dans d'autres formations, soit préparaient une thèse. Les actions d'autre part doivent s'insérer dans les plans de formation des différentes filières. Celles-ci sont nombreuses car elles croisent les différentes catégories de professeurs avec les différentes disciplines et les différentes années de formation. Les plans de formation sont conçus pour quatre ans et il n'est pas facile d'y insérer du nouveau. Il faut également compter avec les résistances, actives ou passives, de certains interlocuteurs qui ne sont pas toujours convaincus de la pertinence ou de l'utilité du thème, ou y sont même franchement hostiles et qui comptent sur la lourdeur et l'inertie du « mammoth » pour voir les initiatives s'y dissoudre. Voir [Fi] pour des compléments sur les obstacles potentiels.

### **Perspectives**

Les actions réalisées jusqu'ici, tout en restant au stade expérimental, permettent déjà de préciser certains éléments d'une formation efficace à l'égalité des chances, en particulier pour les enseignants des disciplines scientifiques. À la suite de la semaine thématique qui a eu lieu à Toulouse et des discussions que nous avons eues avec les stagiaires, voici quelques observations.

**Différentes catégories d'enseignants.** — L'un des premiers constats ([Co-Fo]) que nous pouvons faire est que si le thème intéresse l'ensemble de la communauté éducative, il ne peut être traité de la même façon pour les différentes catégories de professeurs : professeurs des écoles, professeurs de lycée et collège, professeurs de lycée professionnel, professeurs de lycée technique et professeurs enseignant en section de brevet de technicien supérieur (BTS). En effet, les futurs professeurs des écoles en formation semblent ouverts au thème, peut-être à cause de l'ouverture d'esprit que leur procurent le nombre et la disparité des matières qu'ils ont à enseigner. Également

beaucoup de professeurs de lycée professionnel ou de lycée technique et de professeurs en BTS ont fait leurs études dans des classes à très forte dominante filles ou garçons et ils ont une expérience personnelle du monde du travail, si bien qu'ils ont été confrontés à la question de l'égalité des chances. Par contre, les professeurs de lycée et collège ainsi que les professeurs de lycée professionnel dans les disciplines non professionnelles semblent être les plus étrangers à la question (à un degré moindre pour les professeurs de lycée professionnel, peut-être parce qu'ils fréquentent leurs collègues des disciplines professionnelles). Ainsi, trois publics semblent apparaître, avec des stéréotypes différents, qu'il faudrait étudier de manière plus approfondie.

Par exemple la prévention des violences sexuelles ou sexistes ainsi qu'une information sur le rôle du corps, thèmes prévus par la convention, ne se feront pas de la même façon auprès des professeurs des écoles, quand il s'agit d'enfants, ou auprès des autres professeurs, quand il s'agit d'adolescents ou d'adultes, et le point de vue adopté sera encore différent, élargi et affiné, pour les professeurs d'éducation physique et sportive.

**Intégration dans le cursus en IUFM.** — Pour les étudiants en première année, l'objectif est la réussite au concours. Comme les emplois du temps des préparations aux concours sont très chargés et que les programmes portent essentiellement sur la ou les disciplines, y compris dans la dimension civique de leur enseignement, un endroit privilégié où introduire le thème de l'égalité des chances semble être le stage, depuis peu préconisé par les textes, qu'ils effectuent dans un ou plusieurs établissements du type de celui qu'ils seront amenés à fréquenter. Ces stages sont généralement bien appréciés des étudiants et étudiantes car c'est leur premier vrai contact avec le métier ; l'égalité des chances filles-garçons est l'un des angles sous lequel il est possible d'envisager les classes pendant les stages, et il est donc important de le développer lors des séances de préparation aux stages. Les autres formations proposées en première année ne peuvent probablement être que facultatives (conférences, mémoires, rapports de stage, etc.).

Par contre, pour les étudiants en deuxième année, lauréats des concours, une formation plus conséquente et approfondie peut être envisagée. L'utilité d'une telle formation n'est pas toujours perçue par les professeurs stagiaires. Pour certains, l'égalité des chances filles-garçons est une question dont ils ont déjà entendu parler, souvent vaguement, et qui leur paraît plutôt idéologique, abstraite et secondaire, sans rapport direct avec leur métier alors qu'ils attendent de cette année de formation qui est leur première année sur le terrain, des outils concrets et pratiques, applicables au quotidien dans leurs classes, préoccupés qu'ils sont par la mise au point de leurs cours, la gestion de leurs classes, l'échec scolaire de certains de leurs élèves, etc. Pour d'autres, au contraire, qui sont convaincus du bien-fondé de l'égalité des

chances filles-garçons ou de son évidence, c'est une dimension qu'ils ont déjà intégrée, ou qu'ils pensent avoir déjà intégrée à leurs pratiques, et ils ne voient pas ce qu'ils pourraient faire de plus.

Bien sûr, les professeurs stagiaires d'éducation physique et sportive ou bien les professeurs stagiaires qui enseignent dans des classes très peu mixtes ont des idées plus précises sur le thème, mais autant pour ceux-ci que pour ceux qui n'envisagent pas leurs classes sous l'angle de la mixité, les « piéger » sur leurs idées reçues, leurs propres stéréotypes, leurs propres pratiques, peut être un point de départ.

Ensuite, sans être trop théorique ni spécialisé, peut être proposé à toutes les catégories de professeurs un tronc commun portant, par exemple, sur (1) les derniers textes officiels de l'Éducation nationale sur le thème, (2) la convention dans les établissements, (3) l'histoire de l'éducation des filles et des garçons, (4) les stéréotypes et les rôles sociaux, (5) la construction de l'identité sexuée, (6) les fondements de la différence des sexes, (7) l'estime de soi chez l'élève, etc. Concernant (1), le texte de la convention permet de légitimer la formation proposée aux stagiaires mais, trop féministe, il dessert la cause. Notons aussi que dans le même Bulletin officiel que le texte de la convention figure un texte sur les appellations professionnelles dans lequel est cité le guide « Femme, j'écris ton nom... » (La documentation française, Paris, 1999), élaboré par l'Institut national de la langue française, sur la féminisation des noms de métiers, fonctions, grades ou titres : on y trouve notamment des éclaircissements sur ce que peut être le féminin du mot « professeur ». En (2), il s'agit d'envisager pratiquement où et comment un professeur peut participer à la mise en œuvre de la convention dans les structures déjà existantes au sein de son établissement (projet d'établissement, règlement intérieur, différents conseils, etc.). Le point (3) permet de replacer (1) dans un cadre plus large. Que la formation traite de (4) est explicitement demandé dans la convention. Les points (5) et (6) permettent d'expliquer (4). Quant au point (7), il permet de justifier certains comportements d'élèves dans les classes.

### **Éducation à l'orientation scolaire et professionnelle**

La convention prévoit également une éducation à l'orientation afin de développer l'accès des filles aux filières scientifiques et technologiques qui débouchent sur des secteurs d'activité pourvoyeurs d'emplois et généralement bien rémunérés.

Remarquons d'abord qu'il serait souhaitable que les enseignants, dès l'école maternelle ou primaire, aient présente à l'esprit la question de l'orientation des enfants vers les filières scientifiques. En effet, actuellement, le nombre d'heures dispensées en mathématiques en primaire constitue 45 à 55 % (selon les filières et les options choisies) du nombre total d'heures de mathématiques qu'aura reçu un ou une élève ayant un baccalauréat d'enseignement général (à dominante littéraire, économique ou scientifique) ! Encore faudrait-il que, dès leur formation initiale à l'IUFM, les professeurs des écoles soient préparés à l'enseignement scientifique et à ses enjeux, ce

qui ne semble pas être le cas. Par exemple, une professeur des écoles stagiaire nous a dit, fin mars 2001, qu'elle n'avait eu à préparer que deux séquences pédagogiques scientifiques depuis le début de son année de formation. On pourrait alors se demander si une carence dans l'enseignement scientifique à l'école primaire peut avoir des incidences sur l'orientation future et l'égalité des chances puisque le retard pris au primaire peut ne jamais être comblé au collège et au lycée : la moindre estime de soi, la moindre confiance en soi, la moindre assurance des filles par rapport à celles des garçons à cet âge-là, leurs doutes sur leurs capacités, peuvent les gêner, voire les empêcher de rattraper le retard pris.

En collège et lycée, l'orientation des élèves concerne tous les professeurs mais plus particulièrement les professeurs principaux. Ceux-ci sont effet chargés d'en discuter avec les élèves et leurs familles, en collaboration avec leurs collègues, le conseiller d'orientation-psychologue et l'administration de l'établissement. Ainsi, une sensibilisation à l'égalité des chances filles-garçons lors de l'exercice de la responsabilité de professeur principal est une formation qui devrait être proposée à tous les professeurs stagiaires afin qu'ils soient aptes à casser les stéréotypes latents qui peuvent jouer, de part et d'autre, pour l'orientation. Par exemple, différentes études ont montré que les professeurs conseillent plus souvent une orientation en section scientifique aux garçons qu'aux filles, à résultats équivalents ; de plus les filles ont tendance à s'auto-évaluer plus sévèrement que les garçons et demandent moins souvent la filière scientifique même quand elles ont des résultats suffisants pour le faire (voir par exemple [DB-J-L-P] et le scénario 4-2 du BOEN hors-série n° 10). Les professeurs des disciplines principales (français, langue, mathématiques entre autres) devraient également être sensibilisés au rôle prépondérant qu'ils peuvent avoir lors de l'orientation des filles et des garçons car ils ne sont pas toujours conscients du poids et de la responsabilité qu'ils peuvent avoir à ce moment-là : évaluer si les vœux des élèves sont biaisés par différents paramètres (sexe, origine sociale, effet de groupe, etc.) et, éventuellement, corriger les biais pour permettre l'expression des souhaits profonds de chaque élève et tirer le meilleur parti de ses capacités, est délicat, mais fait partie du travail de professeur, acteur privilégié du système éducatif pour l'accomplissement de cette tâche.

Enfin, les professeurs enseignant des disciplines scientifiques devraient être précisément et complètement informés des débouchés qu'offrent leurs disciplines respectives : ils savent, bien sûr, qu'elles préparent à un large ensemble de métiers — on le leur a dit pendant leur propre scolarité — mais, n'étant, pour beaucoup, jamais sortis du système éducatif, puisqu'après avoir été élève et étudiant, ils sont maintenant professeurs, ils n'ont qu'une idée très approximative de ce que cela signifie (le terme « ingénieur », par exemple, recouvre bien des réalités différentes). Certes, les conseillers d'orientation psychologues détiennent cette information et une documentation adéquate, mais les professeurs devraient en connaître les lignes générales : en

effet, ils côtoient davantage les élèves et ont donc plus souvent l'occasion d'en parler avec eux tout au long de l'année, entre deux cours ou bien lors des heures de vie de classe. Ils sont à même d'amener leurs élèves à formuler leurs choix et à réfléchir sur des points d'orientation pour lesquels ceux-ci peuvent aller chercher des informations plus précises auprès des conseillers d'orientation. Le climat de confiance établi entre élèves et professeurs toute l'année peut favoriser l'élargissement des choix professionnels des filles à un âge où elles doutent d'elles-mêmes, pourvu que la bonne information soit dispensée au bon moment. Enfin, si une information sur les débouchés semble indispensable au moment de la formation initiale des professeurs des disciplines scientifiques, elle devrait aussi être réactualisée tout au long de la carrière afin d'être en adéquation avec les évolutions du monde du travail.

Les professeurs stagiaires de lycée professionnel, de lycée technique ou enseignant en BTS sont également concernés par l'orientation en collège et en lycée puisqu'ils interviennent après que l'orientation ait été faite au niveau de l'enseignement général (pas toujours au mieux selon eux) et subissent, dans une certaine mesure, l'image négative dont souffre l'enseignement professionnel et technique. À cet égard, une formation commune aux futurs enseignants de l'ensemble des collèges et lycées sur certains thèmes relatifs à l'égalité des chances filles-garçons peut permettre aux divers acteurs de se rencontrer et ainsi s'avérer très profitable, de façon là encore à casser les préjugés. En outre une formation sur la gestion des classes très peu mixtes, à forte dominante filles ou garçons selon les filières, intéresse les professeurs de lycées professionnel ou technique. En particulier ces enseignants demandent que leur soient expliqués des moyens concrets, à l'intérieur du système éducatif, pour réaliser la meilleure adéquation dont il est question dans la convention entre la formation qu'ils dispensent à leur élèves et les perspectives d'emploi dans le secteur d'activité concerné. Comment agir, par exemple, avec les élèves d'une classe (très peu mixte) dans une filière où l'emploi n'existe plus sur place mais qui a été maintenue et « remplie » sans respecter les vœux de ceux-ci ?

En ce qui concerne le reste de la formation à l'égalité des chances filles-garçons, il nous semble qu'elle ne peut être que spécifique aux différentes catégories de professeurs ou aux différentes disciplines ou groupements de disciplines. Il peut s'agir, par exemple, d'envisager la psychologie de l'enfant ou la gestion de la cour de récréation sous cet angle pour les professeurs des écoles. Un travail sur les manuels scolaires et/ou la littérature de jeunesse peut également être fait selon les disciplines. Il peut aussi s'agir d'exploiter, en tant que documents pédagogiques sur le thème, là encore selon les disciplines, les quelques ouvrages ou textes disponibles sur le sujet (le BOEN hors-série n° 10 par exemple ou bien [B-B-A-T]). Peuvent aussi être présentées des actions déjà mises en œuvre pour promouvoir l'égalité des chances. Par exemple les « Maisons racontées », actions proposées par l'association « Femmes et formation », où des femmes exerçant des métiers du bâtiment présentent leurs professions

dans les classes du primaire, ou les actions de l'association « Mix-cité » dans les banlieues. Citons aussi les actions des associations « Graine de chimiste » et « Permis de jouer ». On peut également réfléchir aux différentes méthodes, aux différents lieux et aux différents moments où chacun, dans son établissement, dans sa discipline, et en dehors des heures de cours dans ses classes, peut intervenir pour favoriser la mise en place de la convention.

### **En guise de conclusion : quels moyens, quelles priorités ?**

En examinant la mise en œuvre de la convention pour les différentes catégories de professeurs, on se rend compte que cela nécessite des moyens en formateurs IUFM, certains devant être recrutés quand il s'agit de formation générale sur le thème puisqu'ils n'existent pas encore, d'autres devant être formés parmi les formateurs actuels quand il s'agit de formation appliquée aux différentes disciplines ou groupements de disciplines. La formation de formateurs peut se faire dans le cadre des IUFM eux-mêmes d'une part, et par l'intermédiaire de l'Institut national de recherche pédagogique d'autre part, dans le cadre du Plan national de formation. La conception de la formation pour le public spécifique à qui elle s'adresse, professeurs et formateurs IUFM, ainsi que la conception d'outils pédagogiques adaptés sont deux axes de recherche possibles sur le thème.

Cependant si, dans un premier temps, les moyens nécessaires à une mise en œuvre correcte et systématique de la convention pour la formation des maîtres n'existent pas, les actions développées devraient concerner, en priorité, les professeurs des écoles ainsi que les professeurs de lycée et collège des disciplines scientifiques.

Les fonds structurels européens peuvent cofinancer les actions engagées dans ce sens au niveau national ou régional : c'était annoncé dans la convention de février 2000, mais c'est seulement dans l'encart « Fonds social européen » du Bulletin officiel de l'éducation nationale n°25 du 21 juin 2001 que sont fixées les règles de gestion et de suivi des actions cofinancées par le Fonds social européen, en particulier pour le thème qui nous intéresse ici, dans le cadre de la programmation 2000-2006. Ce mode de financement sera-t-il suffisant, en particulier pour la mise en place d'une formation systématique dans les IUFM ? Ce sera probablement au comité de pilotage national, actuellement présidé par N. Belloubet-Frier rectrice de l'académie de Toulouse, et chargé de la mise en œuvre de la convention de le dire afin de ne pas piloter un navire, en cours de lancement dans les IUFM, mais qui pourrait très vite devenir fantôme, faute d'un équipage et d'un armement suffisants.

### Quelques adresses utiles

- \* <http://www.education.gouv.fr/bo/2000/10> : le texte intégral de la convention inter-ministérielle du 25 février 2000.
- \* <http://www.education.gouv.fr/bo/2000/hs10> : le texte intégral du document d'accompagnement du 2 novembre 2000, i.e. le Bulletin officiel de l'éducation nationale hors-série n°10.
- \* <http://www.education.gouv.fr/bo/2001/25/encart.htm> : les règles de gestion et de suivi des actions cofinancées par le Fonds social européen, en particulier pour améliorer l'accès et la participation des femmes au marché du travail (axe 5, mesure 8 du DOCUP), dans le cadre de la programmation 2000-2006.
- \* Association « Femmes et Formation » : 31, rue de l'Étoile, 31000 Toulouse, Tel. 05 61 59 09 86.
- \* Association « Mix-Cité » : 224, boulevard Voltaire, 75011 Paris, Tel. 06 17 12 52 61, Courriel : [mix\\_cite@yahoo.fr](mailto:mix_cite@yahoo.fr), <http://www.multimania.com/mixcite>
- \* Association « Graine de chimiste » : Université Pierre et Marie Curie, Boîte 67, 4, place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, Tel./Fax 01 44 27 30 71, <http://www.sfc.fr/graine.html>
- \* Association « Permis de jouer » : 73, Avenue de la république 92120 Montrouge

Coordonnées « Convention égalité des chances femmes/hommes, filles/garçons dans le système éducatif (IUFM) ». Secrétariat : 5, rue Anselme, 69317 Lyon Cedex 04 - Tel. 04 72 07 33 34 (répondeur si absence) (renseignements, demandes d'information, commandes d'articles de revues, etc.).

### Références

- [B-B-A-T] P. Bouchard, N. Bouchard, J.-C. St-Amand & J. Tondreau, *Modèles de sexe et rapports à l'école*, Les éditions du remue-ménage (1996).
- [Co-Fo] J. Costes & C. Fontanini, *Bilan de la semaine thématique « Filles et garçons : une égalité à construire » (26 au 30 mars 2001)*, document interne, IUFM Midi-Pyrénées, Toulouse.
- [DB-Ja-La-Pe] M. Duru-Bellat, J.-P. Jarousse, M.-A. Labopin & V. Perrier, *Les processus d'auto-sélection des filles à l'entrée en première, L'orientation scolaire et professionnelle*, 22(n° 3) (1993), 259-272.
- [Fi] J. Fine, *Égalité des chances des filles et des garçons : quelle recherche et quelle formation dans les IUFM ?*, Actes de la journée « École et Mixités » organisée par l'université Lyon 2 et l'IUFM de Lyon le 17 mars 2000, Presses universitaires de Lyon (juin 2001).
- [Fo] C. Fontanini, *Égalité des chances femmes-hommes. Journée de travail du 16 mai 2001. Relevé de conclusions*, document interne pour « Mixité scolaire et démocratie », IUFM Midi-Pyrénées, Toulouse (mai 2001).
- [Ho] V. Houadec, Compte rendu de la réunion du 13 juin 2001 du groupe national de pilotage « Égalité des chances filles et garçons », communication personnelle.

- [Vo] F. Vouillot (sous la direction de), *Filles et garçons à l'école, une égalité à construire, Autrement-dit*, Centre national de documentation pédagogique (1999).
- [Za] M. Zancarini-Fournel, communication personnelle.

*Décembre 2001*

*Christine Fontanini*

IUFM Midi-Pyrénées, CeRF, 56, avenue de l'URSS, 31078 Toulouse cedex 04.

*E-mail* : christine.fontanini@free.fr

*Véronique Lizan*

IUFM Midi-Pyrénées, Site de Rangueil, 118, route de Narbonne, 31078 Toulouse cedex 04.

*E-mail* : vlizan@toulouse.iufm.fr

## L'ÉGALITÉ DES CHANCES À L'UNIVERSITÉ – JOURNÉE D'ÉTUDE À L'UNIVERSITÉ LILLE 3

*Gautami Bhowmik*

Une convention interministérielle pour la promotion de l'égalité des chances entre les filles et les garçons, les femmes et les hommes dans le système éducatif a été signée en février 2000. De façon à intégrer cette convention dans le cadre de sa politique contractuelle, l'université Charles De Gaulle - Lille 3 a organisé une journée de réflexion le 5 février 2001, en collaboration avec l'Université des Sciences et Techniques de Lille, l'Université Lille 2 et l'Université du Littoral Côte d'Opale. Voici un résumé de quelques travaux présentés lors de cette journée.

**WOMIA (Women in Academia).** — Womia est un groupe européen (Allemagne, France, Grande-Bretagne, Italie, Portugal) de recherche sur l'insertion professionnelle différenciée selon le sexe dans les universités européennes. Sabine de Booscher et Annick Durand Delvigne ont présenté les objectifs de leurs travaux, qui se déclinent en plusieurs actions :

- comparer les situations des hommes et des femmes dans les différentes universités européennes par la recherche d'indicateurs,
- décrire la construction historique de la disparité,
- déterminer les facteurs objectifs et subjectifs qui entravent la carrière des femmes dans le contexte universitaire,
- examiner dans quelle mesure les personnes perçoivent les situations d'écart ou de discrimination,
- étudier les stratégies individuelles ou collectives,
- identifier les voies de la parité (schémas familiaux, spécificités de chaque pays, mesures politiques).

La finalité de ces recherches est de formuler des recommandations pour promouvoir des actions concrètes. Dans la première partie de l'étude, deux indicateurs ont été étudiés.

– L'*indice de ségrégation* (IS) correspond au quotient du nombre de femmes universitaires dans une discipline, par le nombre total d'universitaires. Par exemple, l'indice de ségrégation global (pour toutes les disciplines) en France est de 28%. On peut ainsi constater que les disciplines masculinisées sont l'odontologie, les mathématiques (d'IS 21%), la médecine, la physique, la géologie et la mécanique ; les disciplines moyennes sont la sociologie, les arts, la géographie, le droit, la chimie, le sport et la philosophie ; les disciplines les plus féminisées sont les langues étrangères, la psychologie, la pharmacie, la biologie, les sciences de l'éducation et l'histoire.

– L'*indice de discrimination* (ID) est obtenu en comparant le quotient du nombre de femmes professeurs (PR) par le nombre de maîtresses de conférences (MCF) au quotient analogue pour les hommes, pour chaque discipline. Par exemple, en France il y a 2604 femmes professeurs et 11519 maîtresses de conférences, ce qui donne un ID(f) de 0,23 contre un ID(h) de 0,79 ; d'où un indice de discrimination (égal à  $ID(h) / ID(f)$ ) global de 3,41. On peut ainsi constater que les disciplines les moins discriminantes sont la philosophie, l'odontologie, les arts, l'histoire, la sociologie, la géographie, les langues étrangères, les sciences de l'éducation, la mécanique, le français, le sport ; les disciplines moyennes sont la psychologie, les mathématiques (ID 3,19), le droit et la physique ; les disciplines les plus discriminantes sont la pharmacie, la chimie, la biologie, la géologie, la médecine.

Si l'on croise ces deux indices on voit que les disciplines les plus discriminantes et les plus ségrégratrices sont la médecine, la géologie et la chimie ; les disciplines les moins discriminantes et les moins ségrégratrices sont la philosophie, l'art, l'histoire et les langues étrangères (suivies de la sociologie, des sciences de l'éducation, du français et de la psychologie).

**Women in European Universities.** — C'est un réseau européen de formation par la recherche qui s'adresse surtout aux doctorantes ou post-doctorantes des écoles doctorales, donc aux futures enseignantes-chercheuses. Le réseau est coordonné par l'université de Münster (Allemagne) et regroupe les universités de Toulouse II (France), Innsbruck (Autriche), Varsovie (Pologne), Londres (Grande-Bretagne), Madrid (Espagne) et Lund (Suède). L'un des objectifs de ce réseau est la fabrication de « chercheuses européennes de demain », notamment en allouant des bourses européennes de 1500 euros par mois pour chaque mois passé à l'étranger pendant trois ans, pour encourager la mobilité européenne.

Le plan de travail de ce réseau compte huit étapes. La première est l'étude de l'évolution contemporaine du système d'enseignement supérieur dans chacun des pays partenaires (contextualisation des processus de féminisation).

**Programme fédéral suisse (2000-2003).** — Ce programme a pour objectif la réalisation de l'égalité des chances des femmes et des hommes dans les carrières universitaires. Il a été constaté que les dix universités de Suisse ne comptent que 7% de

femmes parmi les professeurs. Le Conseil fédéral veut doubler ce pourcentage d'ici à 2006. Pour soutenir ce programme, 16 millions de francs suisses ont été alloués. Le programme « égalité des chances » comprend trois modules :

- *le système incitatif*: les universités qui engagent des femmes professeurs reçoivent des financements (1,35 million de francs suisses ont été répartis en 2000) ;
- *le mentorat (« mentoring »)* : création d'un réseau de diplômées, doctorantes et habitantes ainsi qu'un service de conseil et formation (4,8 million de francs suisses pour 4 ans) ;
- *des structures d'encadrement pour les enfants* : création de crèches universitaires ou développement des crèches existantes (4,8 million de francs suisses pour 4 ans).

**Université de Genève.** — Il faut remarquer que Genève est le seul canton suisse disposant d'une loi sur l'égalité des chances à l'université, loi adoptée en 1991 grâce à la pression du mouvement des femmes au parlement. Dans son exposé sur cette loi, Edmée Ollagnier a présenté les rubriques suivantes.

*Aspects institutionnels.*

- La loi définit la mission d'une déléguée aux questions féminines. Initialement, le poste était occupé par une professeur ordinaire détachée partiellement de ses fonctions d'enseignement, mais qui ne pouvait pas assumer de tels engagements. Après plusieurs années de vacance de poste, on a mis en place une équipe de professeurs.

- La Commission de l'égalité du rectorat est nommée par le Recteur et n'a pas forcément un engagement « militant ».

- Des commissions facultaires sur l'égalité (une par faculté).

*Objectifs quantitatifs.* Parmi les moyens destinés à promouvoir l'égalité, l'université se fixe des objectifs quantifiés par période de quatre ans. Les statistiques universitaires sont un moyen de rendre visibles les discriminations. Beaucoup d'efforts doivent être fournis pour que les résultats soient précis.

*Procédures de nomination* : participation aux commissions de recrutement de la Déléguée aux questions féminines ; à équivalence de niveau, préférence au sexe sous-représenté ; prise en compte des charges familiales (âge) ; voies de recours.

*Mesures par rapport au sexe sous-représenté* : congé de maternité, aménagement du temps de travail, mesures d'encouragement.

*Encouragement de l'enseignement et de la recherche* : favoriser le développement des études sur les femmes.

**Portugal.** — Ligia Amâncio a présenté quelques particularités de la situation des femmes dans l'enseignement scientifique au Portugal. Dans les années 60, alors qu'il y avait une petite minorité d'étudiants parmi la population des 20-24 ans, la part de femmes était très importante même dans les domaines dits masculins, tels que les mathématiques. La population universitaire a augmenté de 158% dans les deux

décennies suivantes et dans les années 90 les femmes sont plus nombreuses que les hommes dans l'enseignement supérieur (63% en 93-94). Aujourd'hui les femmes représentent 59% des diplômés de l'enseignement supérieur. Côté enseignants - chercheurs, les femmes représentent plus du tiers des effectifs (36%) dans l'enseignement universitaire. Mais les femmes se trouvent tout de même bloquées dans leur progression de carrière. Par exemple, seulement 6,7% des enseignantes-chercheuses sont des professeurs, pourcentage à comparer aux 24,4% de professeurs parmi les hommes enseignants-chercheurs. Les hommes participent beaucoup plus aux projets de recherche, ce qui favorise l'avancement dans la carrière.

**Université des Sciences et Techniques de Lille.** — Nicole Gadrey a présenté des statistiques sur la place des femmes à l'université de Lille 1. Les étudiantes représentent 42% des effectifs en 1999-2000 mais la part des femmes varie selon les niveaux de formation. Elles sont 47% en 1er cycle, 41% en 2ème cycle, 37% en 3ème cycle et 20% en habilitation à diriger des recherches. La discipline n'entre pas en ligne de compte car l'écrémage se fait de la même façon que la discipline soit féminisée ou non.

On distingue quatre types de filières :

- l'informatique, la filière où les femmes sont l'exception (moins de 20%) ;
- les filières où les femmes sont minoritaires (de 20 à 40%) : mathématiques, physique, sciences de l'univers ;
- les filières mixtes (de 40 à 60%) : sciences économiques, gestion, mathématiques appliquées aux sciences sociales, géographie, chimie, sciences de la vie ;
- les filières féminisées (plus de 60%) : sciences de l'éducation et sociologie.

On remarque que les disciplines les plus féminisées sont celles qui sont le moins encadrées (en nombre d'heures par étudiant). Les licences qui préparent à l'enseignement sont aussi très féminisées.

L'écrémage est-il dû à une difficulté d'accès aux formations professionnalisées ? Non, car la part des femmes y est de 43% (à comparer aux 42% de femmes parmi l'ensemble des étudiants). Mais dans les 3èmes cycles préparant aux carrières de chercheur et d'enseignant-chercheur (DEA), les femmes ne sont que 28% (phénomène identique quelle que soit la discipline).

L'étude portant sur les étudiants diplômés de DEA et DESS en 1997, et interrogés en 1999, montre que la situation des femmes est un peu moins favorable que celles des hommes. Les hommes sont en effet plus nombreux à bénéficier de contrats à durée indéterminée (plus de 20 points d'écart) et ils sont plus nombreux sur des emplois de cadres (80% des hommes, 73% des femmes).

Les chiffres concernant les personnels d'université montrent que dans le secteur administratif il y a 57% de femmes (mais 39% en catégorie A et 65% en catégorie C), tandis que parmi le personnel enseignant on trouve 26% de femmes (28% des maîtres de conférences et 12% des professeurs).

**Université de Lille 3.** — Les statistiques sexuées fournies par Stéphane Bertolino montrent que dans cette université de lettres, langues et sciences humaines, il y a 22 000 étudiants, parmi lesquels 69,5% sont des femmes (70% en 1er cycle, 72% en 2ème cycle et 58% en 3ème cycle). Les 3èmes cycles sont répartis comme suit : 74% de femmes en DESS, 55,5% en DEA et 50% en doctorat.

On remarque que 36,7% des femmes arrêtent leurs études après la maîtrise. L'origine sociale des étudiants de l'université de Lille 3 est « modeste » comparée à celle des étudiants en France : existe-t-il une auto-sélection sexuée basée sur l'origine sociale ?

**Projet académique (Rectorat de l'académie de Lille).** — Patricia Martineau, chargée de mission à l'égalité des chances auprès du recteur, a détaillé les axes de travail prévus pour lutter contre la discrimination qu'on observe plus nettement dans la région Nord - Pas de Calais que dans le reste de la France. On observe, par exemple, une baisse générale des inscriptions des jeunes filles en classes préparatoires aux grandes écoles (24% de jeunes filles dans les classes scientifiques). Comme action concrète, des journées « Ingénieur au Féminin » ont été organisées. Un *Prix de la vocation scientifique et technique* a été créé en France en 1991 : il est décerné chaque année dans chaque région et s'adresse aux jeunes filles des classes terminales scientifiques ou technologiques qui souhaitent s'orienter vers une branche professionnelle peu féminisée.

**Étudiantes et étudiants dans la région Nord-Pas de Calais.** — L'Observatoire régional des études supérieures a fait connaître ses conclusions sur les disparités hommes-femmes dans l'enseignement supérieur de la région. Cette étude portait sur 242 établissements en 1999-2000 et couvrait une population totale de 140 000 personnes environ. Il y a environ 53% de femmes inscrites (en hausse, soit 9000 femmes de plus que d'hommes en 1999-2000). La part des femmes est de 58% dans les universités et les Instituts universitaires de formation des maîtres, de 35% dans les Instituts universitaires de technologie (IUT) (secondaires, 17% ; tertiaires, 56%) et de 48% en Sections de Techniciens Supérieurs (STS) (secondaires, 13% ; tertiaires, 67%).

On note une augmentation croissante de la part des femmes en IUT et STS. Par contre dans les classes préparatoires aux grandes écoles et dans les Grandes Ecoles il n'y a que 31% des femmes (CPGE scientifiques, 22%, littéraires, 75%, commerciales, 50% ; écoles d'ingénieurs, 22%).

On remarque qu'il y a moins de filles étudiantes parmi les enfants de cadres ou professions libérales que parmi les enfants d'ouvriers et de retraités ou chômeurs.

**Belgique.** — Ada Garcia a présenté un panorama de la situation des femmes dans les universités en Belgique. Le nombre d'étudiantes augmente dans toutes les universités belges. L'Université de Louvain est la plus féminisée avec 52% d'étudiantes.

Mais dans le personnel académique on constate une très nette prédominance masculine. Pour rectifier la situation, on a fondé *Sophia*, groupe de coordination des études féminines. Parmi ses multiples activités, Sophia a travaillé pour la mise en œuvre d'une chaire interuniversitaire en « gender studies » (études sur les femmes). A l'heure actuelle, les universités néerlandophones sont plus avancées dans la promotion de ces études que leur homologues francophones.

**Direction de l'enseignement supérieur.** — Marie-Jo Delord et Armelle Le Bras-Chopard, chargées de mission au Ministère de l'Education Nationale, ont présenté quelques actions pour la mise en œuvre de la Convention interministérielle pour l'égalité dans le système éducatif, notamment :

- étudier les réorientations en cours de Diplôme d'études universitaires générales (DEUG) (avec statistiques sexuées) ;
- favoriser l'accueil et l'insertion des jeunes filles dans les filières d'avenir (Prix de la vocation scientifique et technique, partenariat avec les entreprises, les collectivités territoriales, etc.) ;
- promouvoir la formation permanente (valorisation des acquis professionnels transformables en valorisation d'expérience professionnelle) ;
- promouvoir une éducation fondée sur un respect mutuel des deux sexes (principalement dans l'enseignement secondaire) ;
- promouvoir l'égalité dans l'enseignement supérieur.

La politique d'égalité des chances est mise en application à la direction de l'enseignement supérieur par les moyens suivants :

- la réalisation d'un état des lieux avec commentaires et débats dans les conseils de l'Université ;
- la communication et l'information ;
- la formation des différents personnels et la sensibilisation des étudiantes et étudiants.

*Gautami Bhowmik*

UFR de Mathématiques, 59655 Villeneuve d'Ascq Cédex.

*E-mail* : [bhowmik@agat.univ-lille1.fr](mailto:bhowmik@agat.univ-lille1.fr)

*Url* : <http://www-gat.univ-lille1.fr/>

## **RAPPORT**

### **« LES FEMMES DANS LA FILIÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR »**

Ce rapport a été remis à *Francine Demichel*, Directrice de l'Enseignement Supérieur au Ministère de l'Éducation Nationale, en octobre 2000, par trois membres de l'association *femmes et mathématiques* :

*Laurence Broze*, professeure à l'université Lille 3

*Huguette Delavault*, professeure d'université, représentante de l'AFFDU au réseau Demain la Parité

*Julianne Unterberger*, professeure à l'université de Reims

et avec la participation, pour les statistiques, de *Sylvie Levillain*, étudiante en MASS à l'université de Lille 3.

Un résumé de ce volumineux rapport (150 pages) est disponible à l'adresse

<http://www.education.gouv.fr/rapport/femsup/resume.htm>

Voici quelques extraits de l'introduction et de la conclusion :

« Ce travail a été entrepris sur la suggestion de Madame Francine Demichel, directrice de l'enseignement supérieur au Ministère de l'Éducation Nationale. Il entre dans le cadre des études conduites pour la mise en application de la "Convention pour la promotion de l'égalité des chances entre les filles et les garçons, les femmes et les hommes dans le système éducatif" signée en février 2000 entre la Ministre de l'Emploi et de la Solidarité, le Ministre de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie, le Ministre de l'Agriculture et de la Pêche, d'une part, la Ministre déléguée chargée de l'Enseignement scolaire, la Secrétaire d'État aux Droits des Femmes et à la Formation Professionnelle d'autre part.

Le système éducatif est l'un des acteurs essentiels pour la réalisation de l'égalité des chances entre les sexes. Toutes ses composantes sont concernées : les élèves et étudiants et tout leur environnement, parents, enseignants, administratifs, à tous les stades c'est à dire du préélémentaire à l'enseignement supérieur. Ce rapport

concerne l'après-baccalauréat, c'est à dire les étudiants qui se trouvent dans les Universités y compris les Instituts Universitaires Technologiques (IUT), mais aussi dans les Sections de Techniciens Supérieurs (STS) et les Classes Préparatoires aux Grandes Écoles (CPGE). Certains établissements telles les Écoles d'Ingénieurs n'y figurent pas, uniquement pour des raisons de collectes de données. Pour remédier aux inégalités existantes, il est indispensable de considérer l'évolution du système pendant un certain nombre d'années pour dégager les tendances et de faire un état des lieux récent. Cet état des lieux doit comporter non seulement les effectifs et la part des femmes, mais donner une image plus complète de la population étudiée en considérant la répartition par sexe dans les divers domaines, l'origine scolaire, c'est à dire la série de baccalauréat, et l'origine sociale avec le PCS des parents suivant le sexe de l'étudiant. Le croisement de ces deux origines permet de visualiser le recrutement masculin et féminin de chaque filière de l'enseignement supérieur. Une étude de la part des femmes dans plusieurs disciplines suivant la région permet aussi de mesurer les inégalités géographiques concernant la participation des femmes à l'enseignement supérieur.

Ce rapport repose entièrement sur les données fournies par les services du Ministère de l'Éducation Nationale et en particulier de la Direction de la Programmation et du Développement (DPD) qui a fait sur ce sujet de nombreuses études qui ont servi de base à nos réflexions. »

[...]

« Les études sur les étudiants sont nombreuses. La plupart comportent au maximum un chapitre traitant des femmes comme une catégorie particulière parmi d'autres sans croiser cette catégorie, tout de même très spéciale puisqu'elle rassemble plus de la moitié de l'humanité mais aussi des étudiants, avec les autres ; d'autres ne considèrent pas du tout la variable sexe qui pourrait cependant amener des réflexions importantes à une époque où l'on considère que "la participation des femmes à l'activité économique est un puissant facteur d'amélioration de la performance économique des pays développés". Dans ce travail, nous avons mis la place des femmes et les comparaisons avec celle des hommes au centre de nos réflexions, et nous espérons que cela incitera les auteurs à dorénavant considérer la variable sexe, non comme une parmi d'autres, mais comme essentielle et à la croiser avec toutes les autres sans exception.

Le service de la DPD du Ministère de l'Éducation Nationale a un très grand nombre de données informatisées qui mettent en évidence le sexe des étudiants de l'enseignement supérieur. Un très gros effort est fait pour rationaliser et améliorer la collecte de ces données, mais ceci ne concerne encore que les universités. Il est regrettable que l'on ne puisse comparer avec précision les populations des STS, des CPGE et des grandes écoles hors université avec la population des universités, parce que la collecte des données est faite différemment. »

[...]

« L'étude faite sur le profil type des étudiant-e-s montre le recrutement très majoritaire sur le bac S et la catégorie cadres de l'enseignement post-baccalauréat, à l'exception des IUT tertiaires et des STS. Donc, les jeux sont presque totalement faits avant le baccalauréat, c'est-à-dire lors de l'orientation en fin de troisième vers les sections professionnelle, technologique ou générale des lycées, puis à l'entrée en première lors de l'orientation vers l'une des séries du baccalauréat et aussi à partir de la catégorie socioprofessionnelle des parents. »





## Numéro 6

- **Editorial** **1**
  
- **Vie de l'association**
  - L'exposition 'femmes en maths : pourquoi pas vous ?'* **3**
  - Karine Chemla, Eliane Cousquer, Jacqueline Detraz & Marie-Françoise Roy - *Itinéraires de femmes* **5**
  
- **A propos de mathématiques**
  - Catherine Bonnet - *Stabilité des équations différentielles linéaires à retard et fractionnaires* **15**
  - Mireille L. Bougeard - *Méthodes d'analyse non lisse pour l'estimation robuste* **27**
  
- **A propos de femmes**
  - Anne Boyé - *Notre mathématicien du jour sera une mathématicienne!* **43**
  - Michelle Schatzman - *Abécédaire* **47**
  - Colette Guillopé - *Olga Arsienevna Oleinik (1925-2001)* **57**
  - Christine Fontanini & Véronique Lizan - *L'égalité des chances et la formation des maîtres : en marche?* **61**
  - Gautami Bhowmik - *L'égalité des chances à l'université - Journée d'étude l'université de Lille 3* **73**
  - Rapport "Les femmes dans la filière de l'enseignement supérieur"* **79**