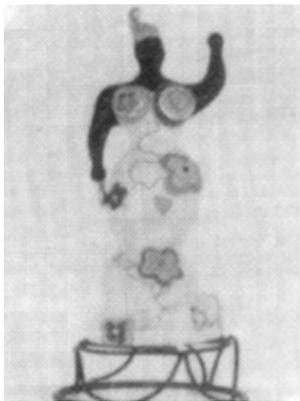


femmes & math



N°1

Janvier 1996

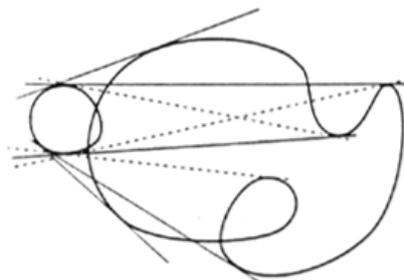
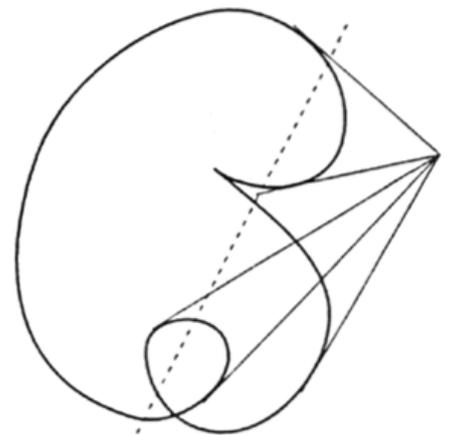
Sommaire

Editorial

Vie de l'association

A propos de *mathématiques*

A propos de *femmes*



Revue de l'association
femmes et mathématiques

Institut Henri Poincaré
11 rue Pierre et Marie Curie
75231 Paris CEDEX 05

SOMMAIRE

| | |
|---|----|
| <i>Editorial</i> | 1 |
| Vie de l'association | |
| <i>Historique de l'Association femmes et mathématiques</i> | 2 |
| <i>La place des femmes dans les mathématiques</i> | 4 |
| <i>Journées de l'APMEP</i> | 6 |
| <i>Nouvelles de l'étranger</i> | 8 |
| <i>Société Mathématique Européenne</i> | 9 |
| À propos de mathématiques | |
| <i>Comment définit-on la notion de transition de phase?</i> | 13 |
| <i>Où physique théorique, analyse de Fourier et probabilités se rejoignent.... Un exemple de transition de phases</i> | 17 |
| <i>Using anticommuting variables</i> | 23 |
| <i>Georg Cantor (1845 - 1918)</i> | 27 |
| À propos de femmes | |
| <i>Observatoire de l'imparité</i> | 35 |
| <i>Statistiques</i> | 36 |
| <i>Statistiques nationales des étudiants/es en mathématiques 1989/93</i> | 38 |
| <i>Sources</i> | 41 |
| <i>Comment les différences entre filles et garçons se fabriquent en classe de mathématiques</i> . | 41 |
| <i>Les femmes dans les Mathématiques</i> | 42 |
| <i>Bibliographie</i> | 47 |
| <i>Notes de lecture</i> | 48 |

EDITORIAL

Vous avez entre les mains le numéro 1 de *femmes & math*, la revue de l'association *femmes et mathématiques*, annoncée depuis plusieurs mois.

Plusieurs rubriques seront régulièrement présentes dans cette publication :

- **Vie de l'association**, avec pour le numéro 1 un historique de l'association, et des comptes rendus d'activités de l'année 1995 comme l'action nationale organisée dans les universités à l'occasion de la Journée internationale de la femme, la participation de l'association aux Journées de l'APMEP à Grenoble, ainsi qu'au congrès de « European Women in Mathematics » à Madrid ;

- **A propos de mathématiques**, avec cette fois-ci deux articles sur la transition de phases par *Flora Koukiou* et *Sylvie Roelly* respectivement, un article sur la supersymétrie et les variables anticommutatives de *Alice Rogers*, ainsi qu'un article de *Nathalie Charraud* à propos de son livre sur Georg Cantor. Ces différents articles font suite à des exposés ayant eu lieu lors des réunions de l'Association.

- **A propos de femmes**, avec des rubriques régulières, l'Observatoire de l'impairité, les Statistiques, la Bibliographie, et des articles issus de débats et de réflexions menés lors d'assemblées générales de l'association; ici, "Comment les différences entre filles et garçons se fabriquent en classe de mathématiques" intervention de *Marie Duru-Bellat* résumée par *Gwenola Madec* et "Les femmes dans les mathématiques", débats résumés par *Sylvie Paycha*.

Je crois que tout le monde y trouvera quelque chose qui l'intéressera. Savourez-le et passez-le autour de vous : que vos amies et amis, vos collègues le lisent et, pourquoi pas, s'y abonnent individuellement ou par leur bibliothèque, envoient des propositions de contributions, donnent leur avis... en attendant le numéro 2! Enfin, je remercie toutes celles qui ont participé à cet ouvrage, ainsi que la Délégation aux droits des femmes du ministère des Affaires sociales qui a subventionné la mise en place de ce journal.

Colette Guillopé, présidente de *femmes et mathématiques*

L'Association *femmes et mathématiques*

L'Association *femmes et mathématiques*, régie par la loi de 1901, a été créée en 1987 et compte actuellement une centaine de membres, pour l'essentiel mathématiciennes universitaires et professeurs du secondaire de mathématique et des classes préparatoires scientifiques.

Les buts de l'Association sont :

- agir pour la promotion des femmes dans le milieu scientifique et plus spécifiquement mathématique,
- obtenir de la communauté mathématique la vigilance sur ces problèmes,
- être un lieu de rencontre entre mathématiciennes et enseignantes de mathématiques,
- encourager la présence des filles dans les études mathématiques et plus généralement scientifiques et techniques,
- coopérer avec les groupes et associations poursuivant des buts analogues,
- permettre de promouvoir les mathématiques dans des milieux que ne touchent pas d'autres associations de mathématiciens/ennes.

Voici une description succincte de quelques réalisations de notre Association.

- Nous avons participé au comité d'organisation du colloque "Mathématiques à Venir" qui s'est tenu à l'École Polytechnique en décembre 1987, au programme des activités duquel figurait une table ronde intitulée "La présence des femmes en mathématiques : problèmes actuels, perspectives d'avenir" que nous avons organisée. Un compte rendu détaillé de cette table ronde figure dans les actes du colloque publiés chez Gauthier-Villars ("Mathématiques à Venir", supplément à la Gazette des Mathématiciens).

- Depuis 1988 *femmes et mathématiques* a participé aux activités du groupe d'associations *Mathématiques à Venir* issu de ce même colloque dont le but est de promouvoir des actions communes dans le monde mathématique et qui regroupe cinq associations de mathématiciens/ennes : la S.M.F. (Société Mathématiques de France), la S.M.A.I. (Société de Mathématiques Appliquées et Industrielles), l'A.P.M.E.P. (Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public), l'U.P.S. (Union des Professeurs de Spéciales), *femmes et mathématiques*.

- L'Association *femmes et mathématiques* a contribué au succès des journées de l'A.P.M.E.P. intitulées "Mathématiques et Révolution" en 1989 en y organisant un atelier, en participant une exposition et en tenant un stand d'information au salon "Mathecom".

- Nous avons participé à la table ronde internationale "Femmes et Mathématiques" lors du congrès international de Kyoto en juillet 1990.

- *femmes et mathématiques* a organisé le congrès international de l'association E.W.M. (European Women in Mathematics) qui s'est tenu au C.I.R.M. Luminy en décembre 1991.

- Nous avons participé activement la table ronde "Femmes et Mathématiques" qui faisait partie du programme du Premier Congrès Européen de Mathématique (Paris, juillet 1992) puisque l'organisatrice et une des intervenantes sont membres de notre association.

- *femmes et mathématiques* a contribué activement à l'organisation du Congrès Mathématique Junior à la Villette en juillet 1992 et certaines de nos membres y ont donné des conférences.

- Nous avons mené un travail de réflexion (sous forme de débats organisés au sein de l'Association) avec un groupe de sociologues dont *Michèle Ferrand*, *Françoise Imbert* et *Catherine Marry*, qui mènent par ailleurs une enquête sur les normaliennes.

- *femmes et mathématiques* a participé à plusieurs réunions avec des conseillères d'éducation, des enseignants/es du secondaire ainsi qu'à diverses journées aussi bien en France qu'à l'étranger sur la culture scientifique, la culture et la technique, la popularisation des mathématiques, pour ne citer que quelques thèmes.

- Nous faisons un travail de diffusion d'information sur les débouchés des mathématiques et les métiers scientifiques à des organismes et des individus (préfectures, C.I.O., anciennes missions départementales pour les droits de la femme).

L'Association *femmes et mathématiques* a des contacts réguliers avec plusieurs sociétés savantes et organismes, la S.M.F., la S.M.A.I., dans les conseils desquels se trouvent plusieurs membres de l'association, l'ancien Secrétariat aux Droits de la Femme, l'A.F.F.D.U. (Association Française des Femmes Diplômées des Universités, l'Association Pour une éducation non sexiste. Sur le plan international, nous participons au groupe de travail "Femmes et Mathématiques" mis en place pour la nouvelle E.M.S. (European Mathematical Society), jouons un rôle important dans la restructuration de E.W.M., avons des contacts avec I.O.W.M.E. (International Organization for Women in Mathematics) et A.W.M. (Association for Women in Mathematics, Etats-Unis).

L'Association *femmes et mathématiques* est actuellement dans une phase de développement important et ses projets pour l'avenir sont nombreux. L'archivage de la documentation abondante dont dispose l'association, l'amélioration de l'information du public sur l'association, la poursuite d'un travail d'organisation et d'analyse de données statistiques sur la scolarité, la formation et la carrière des femmes en mathématiques, le développement des actions et réflexions communes avec les enseignants/es du secondaire ainsi qu'avec les personnes travaillant en I.U.F.M. et dans

les I.R.E.M., la poursuite des travaux de réflexion avec des équipes de sociologues... sont quelques-uns de nos nombreux projets en cours ou à réaliser.

L'utilisation de notre local dans la Maison des Mathématiciens à l'I.H.P. nous ouvre de nouvelles perspectives. Il nous permet de tenir des permanences, de faire un travail d'archivage, de secrétariat, de gestion de l'association, de réception des adhérentes et sympathisants/es, de mise à disposition de documents pour consultation, d'offrir nos compétences et nos services à un public plus large.

Sylvie Paycha, présidente sortante de l'Association *femmes et mathématiques*

Journées des 1er et 8 mars 1995
Manifestation nationale organisée dans six universités sur le thème
"La place des femmes dans les mathématiques"

A l'occasion de la Journée internationale de la femme 1995, plusieurs manifestations destinées aux étudiantes de mathématiques ont été organisées à l'initiative de l'Association *femmes et mathématiques* dans les universités de Bordeaux I, Lille I, Nantes, Strasbourg I, Toulouse III et Paris XII-Val de Marne (Créteil). *Julianne Unterberger* a coordonné l'ensemble de ces manifestations tandis que les personnes responsables de l'organisation locale ont été *Françoise Delmer* (Bordeaux), *Eliane Cousquer* (Lille), *Anne-Marie Charbonnel* (Nantes), *Sylvie Paycha* (Strasbourg), *Jacqueline Fleckinger* (Toulouse) et *Colette Guillopé* (Créteil). Chacune a bénéficié de l'aide de nombreuses mathématiciennes et mathématiciens.

Une importante publicité locale a été faite à ces événements : articles dans les bulletins d'université, articles dans les journaux locaux, quelquefois interviews sur les radios locales ou à la télévision régionale. Ils se sont déroulés sur une journée ou sur une partie de la journée. Le public a été constitué d'étudiantes et étudiants de Deug scientifique ou de second cycle de mathématiques, ainsi que de personnes travaillant à l'université (jeunes mathématiciennes et mathématiciens, enseignantes et enseignants dans les disciplines scientifiques, personnel de l'université).

Toutes les participantes et participants ont beaucoup apprécié la qualité des intervenants/es et des documents présentés. La rencontre fut "vivante, émouvante et plutôt gaie" (Bordeaux), l'atmosphère fut "chaleureuse" (Lille); de la part d'étudiants, "c'est la première fois qu'ils assistaient à une manifestation conviviale entre étudiants et enseignants" (Nantes).

Ces journées ont toutes eu en commun :

- la présentation d'une exposition sur les femmes mathématiciennes dans l'histoire et dans la société actuelle, ainsi qu'une exposition de livres écrits par des mathématiciennes;

- un exposé (au moins) effectué par des professionnelles des mathématiques sur ses motivations et sa vie professionnelle, ou donnant un point de vue historique et féminin.

- des statistiques sur les rapports hommes/femmes dans les études scientifiques ; éventuellement les résultats d'une enquête en licence de mathématiques sur le regard des étudiantes et étudiants sur les mathématiques.

- un exposé sur le thème des différences de perception des travaux des garçons et des filles dans les études scientifiques au lycée.

Nous donnons maintenant quelques lignes caractérisant chacune de ces manifestations.

- *Bordeaux*. Une affiche très originale conçue par le mathématicien Michel Mendès-France, participation de 150 personnes (dont un tiers d'hommes), quatre heures d'intervention avec l'aide de beaucoup de scientifiques, une exposition de livres dans une librairie de la ville.

- *Lille*. Une affiche et une manifestation dans le cadre du cycle "La Méditerranée des Femmes" organisée par l'USTL Culture, 120 personnes ont participé, un excellent article d'Eliane Cousquer dans le journal de l'USTL "Femmes et formation scientifique".

- *Nantes*. Questionnaire en licence, cent personnes de deuxième et troisième cycle y participaient, interventions de doctorantes très appréciées.

- *Strasbourg*. Questionnaire en licence et discussions suite à la présentation des résultats de cette enquête, manifestation destinée aux étudiants de 2ème cycle et à ceux préparant le CAPES.

- *Toulouse*. Un petit groupe très intéressé, des conférences dont les textes sont disponibles, une invitée tunisienne.

- *Créteil*. Questionnaire en licence, des films vidéo en libre-service, une trentaine de participants. Des commentaires en guise de conclusion. Les collègues ont été "étonnés au départ, puis intéressés par les exposés" (Nantes). "Manque total de combativité, et même de vigilance dans l'assistance" (Bordeaux). "Ce n'est souvent qu'au cours de leur carrière - et non au début - que les mathématiciennes prennent conscience de leurs difficultés d'avancement et de reconnaissance" (Toulouse). "Souhait de dialogue avec les enseignants de la part des étudiants de licence : ils aimeraient connaître leurs centres d'intérêt quant à leur recherche mathématique, en particulier par le biais d'exposés didactiques" (Strasbourg)". Ce seraient les mères qui transmettent à leurs filles l'idée de se préparer à certains métiers, de faire des sciences ou non" (Créteil).

Documents disponibles à l'association.

- Cassettes vidéo du reportage du 8 mars Télé Toulouse (TLT).
- Textes des conférences et des documents présentés à Toulouse.
- Statistiques présentées dans les universités de Bordeaux I, Paris XII-Val de Marne.
- "Femmes et formation scientifique", par Eliane Cousquer, Journal de l'USTL.
- "La Méditerranée des femmes", Brochure publiée par l'USTL.
- Textes et dessins de l'exposition (Strasbourg, Toulouse). Panneaux de l'exposition présentée à Créteil et photographies de l'exposition.
- Dossier de presse.
- Témoignages de mathématiciennes.

Julianne Unterberger et Colette Guillopé

Journées de l'APMEP

APMEP 1995 Grenoble

- *Vendredi soir 27 octobre :*
Train Paris-Grenoble, bien chargées de livres et de documents à présenter et à distribuer (documents de l'association, statistiques concernant la répartition des filles dans les différentes filières ainsi que leur proportion dans les filières scientifiques, bibliographie et propositions d'actions simples à faire dans un établissement scolaire, et document complémentaire : le cas breton).
- *Samedi 28*
 - 9H : installation du stand : ciseaux, tubes de colle, et l'agrafeuse? Oubliée! (Pas question d'aller assister la conférence de Dominique Lecourt).
 - 12 H : premier "créneau éditeurs exposants" . Nous sommes fin prêtes... Les premiers visiteurs arrivent! Discussions animées, échange d'informations. "Tiens, les femmes font des maths!". "Ah, vous existez encore, bravo!". Des rencontres intéressantes : hommes et femmes se sentent concernés, lisent les affiches, posent des questions, consultent les documents, racontent des expériences. Beaucoup demandent des informations sur la situation fille garçons, principalement dans le secondaire et en classes préparatoires. Un intérêt certain pour les propositions d'action à réaliser dans les établissements et une demande très forte de documents : études statistiques, biographies de mathématiciennes, bibliographie

- 20H : on change d'activité : concert ou musée!
- *Dimanche 29*
 - Toute la journée, alternance de conférences, ateliers, réunions et "créneaux éditeurs exposants" d'où une affluence variable selon les moments.
 - 19H : on démonte et on remballe.
- *Lundi 30*
 - Matin : deux conférences sur les systèmes dynamiques, l'une de maths "pures" l'autre sur les maths "appliquées" à la médecine.
- *Bilan*
 - Un nombre important de personnes intéressées, environ 300 personnes sont passées au stand. Certaines d'entre elles ont découvert l'existence de l'Association, la plupart ont apprécié sa présence aux Journées.
 - Des contacts ont été pris avec d'autres associations ou des revues (comme Quadrature).
 - Les informations proposées nécessitent d'être complétées et analysées pour être plus claires et plus facilement utilisables.
 - L'idée de "propositions d'action" devra être approfondie et enrichie.

Quelques actions simples à faire dans son établissement

- Exposition (au Centre de Documentation et d'Information (C.D.I.)) sur les mathématiciennes célèbres.
- Réalisée par l'enseignant : quelques photocopies/montages sur un fond attractif.
- Réalisée par les élèves : le travail d'une année. (exemple, en classe de première dans un lycée, utilisation de quelques séances de modules pour encadrer un travail de conception d'affiches. 6 séances de 30 mn à 2 h étalées sur 7 mois : Choix du sujet de l'affiche; Choix d'une bibliographie; Choix des éléments de l'affiche; Mise en place des éléments de l'affiche; Finitions).
 - Présentoir au C.D.I.
- Femmes et métiers scientifiques (voir le Centre d'Information et d'Orientation).
- Femmes et mathématiques / Femmes mathématiciennes.
- Bibliographie : voir page 40.
 - Vidéo, intervenantes.

- Casette "Une femme bien sûr!" à utiliser lors de séance sur l'orientation.
- Intervention de mathématiciennes ou, plus généralement de scientifiques femmes, à l'occasion de séance sur l'orientation, de "l'inauguration" de l'exposition sur les mathématiciennes, les scientifiques, l'écologie, ...
 - Affiche en salle des professeurs pour sensibiliser les collègues.
- Afficher les documents concernant les filles dans le secondaire et le supérieur
- Afficher les tableaux de synthèse de l'étude du cas breton ("Orientation des filles et égalité professionnelle, former pour innover." coordonné par *Annie Junter-Loiseau*, CNDP)
- Afficher ...
 - Document bâti par les élèves. (réalisation plus complexe!)
- Exemple, PAE sur deux ans au collège Louis Pergaud (Favernay), réalisation d'un livre " Mathématiciennes : des inconnues parmi d'autres ..." (brochure IREM de Besançon).

Gwenola Madec et Annick Boisseau

Nouvelles de l'étranger

Le but de cette "rubrique internationale" est de vous donner les nouvelles des associations comme European Women in Mathematics (E.W.M.), Association for Women in Mathematics (A.W.M.), Russian Association of Women in Mathematics (R.A.W.M.),..., mais aussi de comités "Femmes et mathématiques" de sociétés mathématiques, et de l'action de groupes spontanés comme par exemple le "Noetherian Ring" de Berkeley. Ces groupes (associations, comités,...) seront présentés au fur et à mesure des numéros.

Je compte aussi sur votre aide pour me donner des informations. Merci d'avance!

Conférence d'E.W.M. à Madrid 4-9 septembre 1995

La dernière conférence d'E.W.M qui réunissait environ 50 personnes, s'est tenue à l'université Complutense de Madrid, du 4 au 9 septembre 1995. Cette rencontre s'organisait autour de 3 thèmes scientifiques :

- Systèmes dynamiques complexes , Organisatrice : Caroline Series (Warwick)
- Problèmes de classification en géométrie algébrique, Organisatrices : Raquel Mella-vibarrera (Madrid) et Rosa Maria Miro Ruig (Barcelone)
- Méthodes mathématiques en physique statistique et en théorie des champs, Organisatrice : *Sylvie Paycha* (Clermont Ferrand)

Il y a eu aussi un thème de discussion "Carrière et famille", organisée par l'historienne des sciences *Eulalia Perez Seden* (Madrid).

Le programme scientifique de la rencontre était plus chargé que lors de précédentes rencontres d'E.W.M, ce qui a conduit à plus d'échanges scientifiques entre les participantes mais peut-être moins d'échanges de points de vue sur les femmes dans les mathématiques.

Une des particularités du programme de la conférence était l'organisation d'une séance de discussion interdisciplinaire autour du thème l'espace des modules. Cette séance à caractère expérimental, s'est avérée être très fructueuse et stimulante sur le plan scientifique. Après une séance comportant trois courts exposés programmés à l'avance de vingt minutes chacun sur l'espace des modules

- dans les systèmes dynamiques,
- en géométrie algébrique,
- en théorie des champs,

auquel s'est rajouté un exposé spontané très intéressant sur l'espace des modules en théorie des nombres, les participantes ont prolongé la discussion dans une deuxième séance de manière informelle.

Des discussions ont eu lieu lors de cette rencontre quant au mode de présentation des exposés. Certaines oratrices ont rendu leur exposé très accessible à un public très large, en introduisant de manière systématique des notions de base pour ensuite présenter des thèmes de recherche actuels. D'autres ont préféré brosser un tableau des travaux de recherche actuels sur un sujet donné, quitte à ne pas s'attarder sur certaines notions de base. Ces deux modes de présentation m'ont semblé assez complémentaires, permettant aux unes de comprendre les outils de base dans un domaine et d'avoir une idée de comment ils sont utilisés dans la recherche actuelle, les autres préférant se faire une idée des travaux de recherche qui se développent dans un domaine assez vaste, quitte à renoncer à comprendre certains aspects techniques.

J'ai pour ma part, trouvé cette conférence très stimulante. De nouveaux projets sont issus de discussions lors de cette semaine à Madrid, puisqu'une mini-conférence prévue pour juin 96 organisée conjointement par femmes et mathématiques et E.W.M. autour du thème Renormalisation est en train de se mettre en place.

compte-rendu de *Sylvie Paycha*

Société Mathématique Européenne

La SME a été fondée fin 1990. Dès la première réunion du comité exécutif (bureau) de la société, un comité Femmes et Mathématiques a été mis en place. Ce comité est d'ailleurs l'un des plus actifs des 10 comités de la SME! Ses premières actions ont été :

- Se faire une idée de la situation des mathématiciennes (universitaires) en Europe. Un questionnaire a été envoyé à toutes les sociétés mathématiques européennes - qui ont presque toutes répondu! Ceci aurait sans doute été très difficile à obtenir sans le label SME. Pour les pays qui n'ont pas répondu au questionnaire, les correspondants de la E.W.M. ont aidé à obtenir les informations. Les résultats de cette enquête ont été publiés dans les actes du Congrès Européen de Mathématiques 1992 (Birkhäuser, 1994).
- Un travail plus approfondi concernant les pays où il n'y a que très peu de mathématiciennes (Allemagne, pays scandinaves,...).

Christine Bessenrod (Magdeburg, Allemagne) est la nouvelle présidente de ce comité. Elle va certainement poursuivre l'étude déjà entreprise, mais elle aura aussi des nouveaux projets. Elle sera sûrement très contente de recevoir vos suggestions.

Avec la Société Mathématique Canadienne, la SME est à ma connaissance la seule société mathématique ayant un comité femmes et mathématiques. Presque tous les comités de la SME (mathématiques et industrie, publications électroniques, écoles d'été,...) comptent des femmes parmi leurs membres - ce qui n'est pas banal! De plus, deux des dix membres du comité exécutif sont des femmes.

Si vous avez des suggestions concernant le travail de la SME, la rédaction de Femmes et mathématiques les transmettra volontiers. Vous pouvez aussi écrire directement à la SME, à l'adresse suivante :

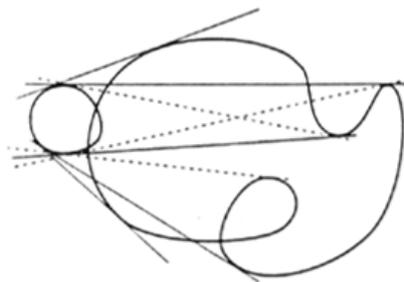
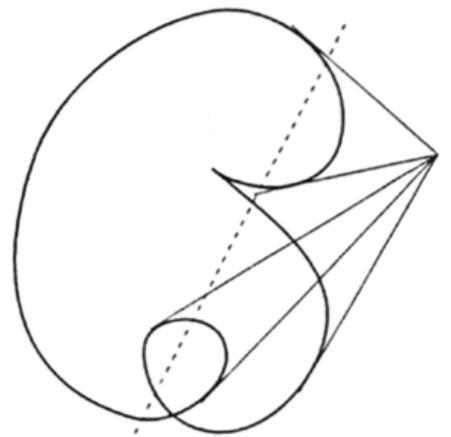
European Mathematical Society Department of Mathematics
P.O. Box 4 (Hallituskatu 15)
FIN-00014
University of Helsinki
Finlande
e-mail : makelainen@helsinki.fi

Prix Européens de Mathématiques

Dix prix seront attribués à des jeunes mathématiciens (moins de 32 ans) au Congrès Européen de Mathématiques qui aura lieu à Budapest, en juillet 1996. Ce serait bien que beaucoup de jeunes femmes soient proposées. Les suggestions peuvent être transmises par femmes et mathématiques. Les dossiers doivent comporter les informations suivantes : nom, prénom, date de naissance, nationalité, adresse (en Europe), situation professionnelle, liste des publications, courte exposition des travaux (moins d'une page), noms et adresses de trois mathématiciens (bien connus de préférence) qui sont prêts à donner leur avis sur le candidat.

Eva Bayer
email : bayer@math.univ-fcomte.fr

A propos de mathématiques



| | | |
|-----------------------|-----------------------|--|
| | | |
| | | |
| L'ouvert juin 1994 | | |
| | L'ouvert juin 1994 | |

COMMENT DÉFINIT-ON LA NOTION DE TRANSITION DE PHASE?

Flora Koukiou

Un des buts de la physique statistique est d'expliquer le comportement macroscopique de la matière à partir de sa structure microscopique. Les transitions de phase (glace-eau, liquide-vapeur, ferromagnétisme-paramagnétisme, etc.) sont des phénomènes qui ont attiré l'intérêt des physiciens, et plus récemment des mathématiciens, depuis plus d'un siècle. Leur définition et leur étude à partir des modèles mathématiques simples constituent l'objet principal de la physique statistique de l'équilibre. La formulation mathématique de la transition de phase a été initiée par Dobrushin, Lanford et Ruelle grâce au concept des mesures de Gibbs. L'idée maîtresse est que l'état d'équilibre d'un système peut être défini par la loi conjointe d'une famille infinie de variables aléatoires, correspondant à la description statistique d'un système macroscopique - supposé infini pour simplifier - compatible avec certaines probabilités conditionnelles à volume fini. Cette spécification en termes de probabilités conditionnelles à volume fini est réminiscente du théorème d'extension d'une mesure de probabilité de Kolmogorov à partir des marginales à volume fini; contrairement à la construction de Kolmogorov qui est assez rigide et garantit l'unicité de la mesure étendue à l'espace infini, la spécification de probabilités conditionnelles fini-dimensionnelles est plus souple : il peut ne pas exister de mesure limite ou bien il peut y avoir une unique mesure limite ou une infinité de mesures limites. L'étude de l'ensemble de mesures limites et sa structure est l'objet des recherches actuelles.

Dans la suite, nous allons définir la transition de phase partir d'un modèle simple. Un système physique est constitué d'un grand nombre (1 cm^3 d'eau contient environ 10^{23} molécules d'eau) de composantes qui interagissent entre elles. On va alors le modéliser par un ensemble discret $S \subset \mathbb{Z}^d$ où $d \leq 1$, supposé fini au début. A la fin de l'étude cet ensemble S envahira tout le réseau \mathbb{Z}^d . Chaque élément $i \in S$ correspond à une composante (si le système est un morceau de fer par exemple, chaque élément désignera un atome). Un autre ensemble E décrira les états possibles de chaque composante. Si on caractérise chaque atome par l'orientation de son spin, E contiendra toutes les orientations possibles. Pour simplifier on choisira $E = \{-1, +1\}$ qui correspond aux orientations d'un spin vers le "bas" (-1) ou vers le "haut" (+1). On appellera *configuration* $\omega = (\omega_i)_{i \in S}$ un élément de l'espace produit $\Omega = E^S$, *l'espace des configurations*. Pour tenir compte des interactions entre les composantes du système, on associera à chaque configuration ω une fonction réelle $H : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, *l'hamiltonien*. Un exemple typique est

$$H(\omega) = - \sum_{\{i,j\} \in S} J_{ij} \omega_i \omega_j - h \sum_{i \in S} \omega_i$$

Le premier terme $-J_{ij} \omega_i \omega_j$ représente l'interaction entre les spins ω_i et ω_j . Si $J_{ij} = J_{ji} > 0$, cette interaction atteint son minimum si $\omega_i = \omega_j$. Le paramètre $h \in \mathbb{R}$ représente l'action d'une force externe agissant sur le système. Ainsi défini, H représente une interaction ferromagnétique. L'état d'équilibre du système sera décrit par une mesure de probabilité sur Ω . On introduit une probabilité μ sur Ω , appelée *mesure de Gibbs* à volume fini, par $\mu(d\omega) = Z^{-1} \exp(-\beta H(\omega)) d\omega$ où $d\omega$ est une mesure a priori sur Ω et $Z > 0$ une constante de normalisation. Le coefficient β est relié à la température T et à la constante de Boltzmann k par l'équation $\beta = \frac{1}{kT}$. Dans la pratique, et pour étudier les propriétés macroscopiques qui sont intrinsèques aux matériaux et indépendantes de la forme géométrique de l'échantillon utilisé, on étudie un système idéalisé où le nombre de composantes est infini. On parle alors de la *limite thermodynamique*. Evidemment, ce passage à la limite de volume infini pose certains problèmes de définition des objets mathématiques. Ainsi, S sera remplacé par le réseau \mathbb{Z}^d en dimension $d (d \geq 1)$. Dans ce cas, la définition de l'état d'équilibre donnée plus haut doit admettre une extension au cas où $\Omega = E^d$. Ceci peut être fait à l'aide des probabilités conditionnelles. Pour chaque sous-système fini $\Lambda \subset S$, on va fixer la configuration sur Λ^c . Si $\omega \in E^\Lambda$ et $\psi \in E^{\Lambda^c}$ on notera $\omega\psi$ la configuration sur S qui coïncide avec ω sur Λ et avec ψ sur Λ^c . La probabilité que la configuration dans Λ soit ω , étant donné qu'elle est ψ à l'extérieur, sera donnée par la probabilité conditionnelle

$$\mu(\omega|\psi) = Z_\Lambda(\psi)^{-1} \exp(-\beta H_\Lambda(\omega\psi))$$

où $H_\Lambda(\omega\psi) = \sum_{\{i,j\} \subset \Lambda} J_{ij} \omega_i \omega_j - \sum_{i \in \Lambda} \omega_i (h + \sum_{j \in S \setminus \Lambda} J_{ij} \psi_j)$, tient compte de l'interaction de Λ avec son environnement. La famille de ces probabilités conditionnelles constitue ce que l'on appelle une *spécification gibbsienne*. Une mesure de Gibbs (ou un champ aléatoire gibbsien), est une mesure de probabilité sur $\Omega = E^{\mathbb{Z}^d}$ dont les probabilités conditionnelles sont gibbsiennes.

Le phénomène de transition de phase est défini par la non-unicité de la mesure de Gibbs pour une spécification donnée. Une autre définition de transition de phase qui n'est pas exprimée par la non-unicité de la mesure de Gibbs est la transition Kosterlitz-Thouless qui est caractérisée par un changement de la décroissance de corrélations.

Références

- [1] Georgii H-O : *Gibbs measures and phase transitions*, de Gruyter, Berlin 1988
- [2] Preston Ch. : *Random fields*, Lecture Notes in Mathematics 534, Springer-Verlag, Berlin 1976

- [3] Ruelle D. : *Thermodynamic formalism*, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, vol. 5, Addison-Wesley, London 1978.
- [4] Simon B. : *The statistical mechanics of lattice gases*, Princeton University Press, Princeton 1994.

Flora Koukiou

Département de Physique Université de Cergy-Pontoise F-95806 Cergy-Pontoise
koukiou@u-Cergy.fr
CPHT, Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau

OÙ PHYSIQUE THÉORIQUE, ANALYSE DE FOURIER ET PROBABILITÉS SE REJOIGNENT... UN EXEMPLE DE TRANSITION DE PHASES

Sylvie Roelly

Cette note est dédiée, avec émotion, à la mémoire du Professeur Dobrushin disparu récemment.

Quelques mots introductifs

Le but de la mécanique statistique à l'équilibre est d'étudier le comportement de "grands" systèmes de particules se déplaçant dans \mathbb{R}^d et interagissant, après un temps très long d'évolution autonome. La donnée de base est celle du "potentiel" qui génère l'interaction entre les particules.

L'exemple fondamental est celui de la dynamique newtonienne, où l'emplacement $x_{i,t}$ de la particule i ($i \in \mathbb{N}$) au temps t ($t \in \mathbb{R}^+$) est solution du système d'équations différentielles :

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{d^2}{dt^2} x_{i,t} = -\frac{1}{2} \sum_{j \in \mathbb{N}} \nabla \phi(x_{i,t} - x_{j,t}) \\ x_{i,0} \in \mathbb{R}^d \end{cases}$$

ϕ étant la fonction *potentiel* définie sur \mathbb{R}^d à valeurs réelles.

Ce système gradient, déterministe, de second ordre, est particulièrement difficile à résoudre de façon générale.

En introduisant de l'aléatoire dans la donnée initiale, c'est-à-dire en prenant une répartition initiale des particules dans \mathbb{R}^d suivant une loi μ_0 , on peut espérer obtenir des informations sur la loi (ou répartition) au temps t , pour t grand, des particules dans l'espace. De telles lois limites sont des mesures sur $(\mathbb{R}^d)^{\mathbb{N}}$ appelées "mesures d'équilibre", dont la structure spatiale est particulièrement intéressante : Gurevich, Suhov et Dobrushin [1] ont prouvé en 1976 - 1977 que, pour $d = 1$ ou 2 , il existe des mesures d'équilibre, et ce sont les *mesures* dites de *Gibbs* associées au potentiel ϕ . Nous illustrerons, dans ce qui suit, dans des contextes plus simples, toute la profondeur de ce résultat.

Le système (1) étant souvent non soluble explicitement nous nous intéresserons à des "caricatures" de celui-ci, où l'introduction de termes aléatoires permettra d'obtenir explicitement au moins la loi de la solution et son comportement asymptotique en temps.

L'équation qui va donc nous occuper sera celle dite de Langevin :

$$(2) \quad \begin{cases} dx_{i,t} = [\frac{1}{2} \sum_{j \neq i} \nabla_i \phi_{i,j}(x_{i,t}, x_{j,t}) + \frac{1}{2} V'(x_{i,t})] dt + dB_{i,t} \\ i \in \mathbb{N}, t \in \mathbb{R}^+ \end{cases}$$

équation de premier ordre valeurs dans $(\mathbb{R}^d)^{\mathbb{N}}$, où les coordonnées interagissent et la dynamique déterministe est perturbée par un "bruit" que modélisent les mouvements browniens $(B_{i,t})_i$. Avant de faire une étude détaillée d'une certaine équation de Langevin et des mesures d'équilibre associées, faisons quelques rappels sur la stabilité d'un système fini suivant le même type de dynamique.

1. Equilibre(s) d'une particule se déplaçant dans \mathbb{R}

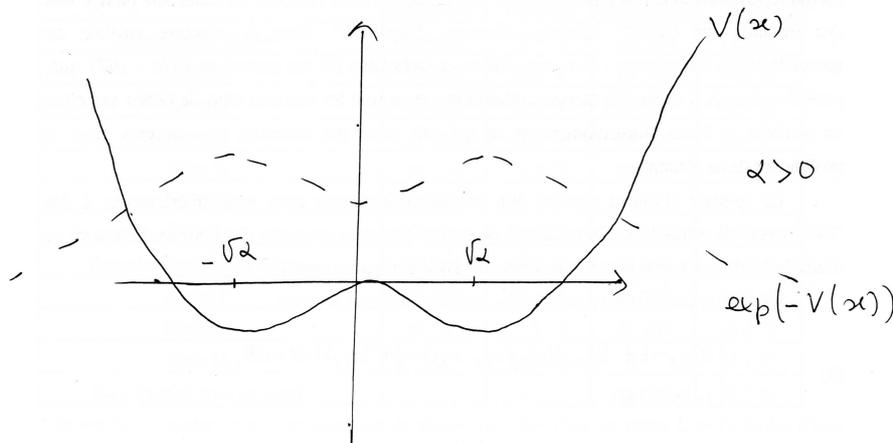
1.1. Dynamique déterministe. — Sous le potentiel V , fonction "régulière" de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , la dynamique gradient s'écrit :

$$(3) \quad dx_t = -\frac{1}{2}V'(x_t)dt, x \in \mathbb{R}.$$

Les états d'équilibre x_∞ sont bien sûr définis par l'équation $x_\infty = \lim_{x \rightarrow +\infty} x_t$, et ceux qui sont stables correspondent aux minima de V .

Exemple : Si l'on prend un oscillateur anharmonique de potentiel $V(x) = \frac{1}{2}x^4 - \alpha x^2$, pour $\alpha > 0$ il y a deux équilibres stables, en $+\sqrt{\alpha}$ et $-\sqrt{\alpha}$.

dessin 1



1.2. Dynamique aléatoire. — En perturbant la dynamique (3) par un "bruit" de type mouvement brownien réel B (i. e. un processus trajectoires continues gaussien centré de covariance $E(B_t B_{t'}) = \inf(t, t')$), l'on obtient l'équation stochastique :

$$(4) \quad dx_t = -\frac{1}{2}V'(x_t)dt + dB_t, x_0 \in \mathbb{R}.$$

On sait résoudre cette équation sans difficultés et expliciter la répartition μ_t de x_t , pour tous temps $t > 0$. En particulier, sous des hypothèses d'intégrabilité de V , on a le résultat suivant bien connu : Il existe une et une seule mesure d'équilibre μ_e , probabilité sur \mathbb{R} satisfaisant $\mu_e = \lim_{t \rightarrow +\infty} \mu_t$ et égale à :

$$\mu_e(dx) = \text{cte} \cdot \exp[-V(x)]dx.$$

On remarque que $\exp[-V(x)]$, la densité de présence de la particule à l'équilibre au point x , est maximale quand V est minimale, c'est-à-dire aux points stables de la dynamique déterministe. Reprenons l'exemple de I. 1. : la mesure d'équilibre a une densité symétrique avec deux maxima en $+\sqrt{\alpha}$ et $-\sqrt{\alpha}$ (cf. dessin 1).

En conclusion, pour un système gradient à valeurs dans \mathbb{R} de dynamique aléatoire (et le résultat reste vrai pour un système fini, i. e. à valeurs \mathbb{R}^n , $n \in \mathbb{N}$), il n'existe (sous des hypothèses de régularité du potentiel) qu'une seule mesure d'équilibre, facile à expliciter.

Nous voyons dans ce qui suit pourquoi et comment ceci n'est plus vrai quand le système devient infini (à valeurs $\mathbb{R}^{\mathbb{Z}^n}$). Cette pathologie est directement liée au problème de construction de mesures sur un produit infini d'espaces.

2. Un exemple de système infini de particules et ses équilibres

Soit le système d'oscillateurs harmoniques classiques suivants :

$$(5) \quad \begin{cases} dx_{i,t} = [\frac{1}{2} \sum_{j \in \mathbb{Z}^d} a_{ij} x_{j,t} dt + dB_{i,t}, i \in \mathbb{Z}^d \\ (x_{i,0})_{i \in \mathbb{Z}^d} \in \mathbb{R}^{\mathbb{Z}^d} \end{cases}$$

qui s'écrit encore

$$dx_{i,t} = \nabla_i h_i(x_{i,t})dt + dB_{i,t}$$

où $h_i(x) = \sum_j a_{ij} x_i x_j$, $x \in \mathbb{R}^{\mathbb{Z}^d}$ est la fonction potentiel hamiltonien (quadratique) déterminant la dynamique, et les $(B_i)_{i \in \mathbb{Z}^d}$ forment une suite de processus browniens indépendants.

Nous nous plaçons sous des hypothèses de régularité sur $(h_i)_{i \in \mathbb{Z}^d}$ qui assurent existence et unicité des solutions de (5) et nous recherchons les mesures d'équilibre de ce système, i.e. les mesures μ_e sur $\mathbb{R}^{\mathbb{Z}^d}$ obtenues comme limite en temps infini des lois du système.

Si l'on s'inspire de la dimension finie [2], il est naturel de penser que formellement μ_e sera proche de

$$\text{cte} \cdot \exp\left[\sum_{i \in \mathbb{Z}^d} h_i(x)\right] \cdot \prod_{i \in \mathbb{Z}^d} dx_i.$$

Comme le produit infini des mesures de Lebesgue et la somme infinie des potentiels h_i n'ont aucun sens, l'on se tourne vers la notion de mesures de Gibbs, introduite vers 1900 par Gibbs et Einstein, qui se restreignent à une définition locale de la mesure.

Plus précisément, désintégrons une mesure μ sur $\mathbb{R}^{\mathbb{Z}^d}$ par rapport à ses marginales 1-codimensionnelles :

$$\forall i \in \mathbb{Z}^d \mu(dx) = \int_{\mathbb{R}^c} \mu(dx_i/x_{i^c}) \mu|_{i^c}(dx_{i^c})$$

μ sera dite mesure de Gibbs de potentiel $(h_i)_{i \in \mathbb{Z}^d}$ si la famille des mesures obtenues désintégration (ou conditionnement) à la forme suivante :

$$\mu(dx_i/x_{i^c}) = \text{cte} \cdot e^{-h_i(x)} \cdot dx_i$$

pour $\mu - \text{p.t. } x_{i^c}$, où $x_i \in \mathbb{R}$, $x_{i^c} \in \mathbb{R}^{i^c}$, dx_i est la mesure de Lebesgue et x est l'élément de $\mathbb{R}^{\mathbb{Z}^d}$ de $i^{\text{ème}}$ coordonnée x_i (resp. de i^c - projection x_{i^c}).

Cette définition étant posée, les deux questions fondamentales sont : pour un potentiel choisi, existe-t-il des mesures de Gibbs associées et y a-t-il unicité de telles mesures ?

Dans ce qui suit nous montrons, pour un certain potentiel quadratique, l'existence de mesures de Gibbs associées via l'analyse de Fourier, et la non-unicité via l'ergodicité du système (5), ce qui nous amènera à la conclusion.

2.1. Mesures gaussiennes sur $\mathbb{R}^{\mathbb{Z}^d}$. — Soit h le potentiel (quadratique) suivant :

$$(6) \quad h_i(x) = \frac{1}{2} \sum_{\substack{j \in \mathbb{Z}^d \\ |j-i|=1}} (x_j - x_i)^2, x \in \mathbb{R}^{\mathbb{Z}^d}$$

Son gradient (linéaire) est donné par la "matrice"

$$(7) \quad A = a_{ij}_{(i,j) \in \mathbb{Z}^d} \text{ où } \begin{cases} a_{ii} = 2d \\ a_{ij} = 0 \text{ si } |i-j| > 1 \\ a_{ij} = -1 \text{ si } |i-j| = 1 \end{cases}$$

On peut montrer [3] qu'une mesure gaussienne μ_A sur $\mathbb{R}^{\mathbb{Z}^d}$ de matrice de covariance A^{-1} , si elle existe sera une mesure de Gibbs de potentiel h .

Cherchons donc à construire μ_A . μ_A est définie par sa fonction caractéristique, ou transformée de Fourier,

$$\hat{\mu}_A(y) = \int_{\mathbb{R}^{\mathbb{Z}^d}} e^{i \langle y, x \rangle} d\mu(x), y \text{ suite finie de } \mathbb{R}^{\mathbb{Z}^d}$$

devant satisfaire

$$\hat{\mu}_A(y) = e^{1/2 \langle y, A^{-1} y \rangle} = e^{1/2 \langle A^{1/2} y, A^{1/2} y \rangle}$$

Ceci n'a de sens que si le domaine de l'opérateur $A^{1/2}$ contient l'espace des suites finies de $\mathbb{R}^{\mathbb{Z}^d}$. Montrons que pour l'opérateur A ci-dessus, c'est vrai si et seulement si d est supérieur à 3 (d est la dimension du réseau).

En effet, à A , opérateur de Toeplitz sur $\ell^2(\mathbb{Z}^d)$, on peut associer de façon biunivoque l'opérateur de multiplication sur $L^2([0, 2\pi]^d)$ par la fonction

$$\tilde{A}(\alpha) = \sum_{k \in \mathbb{Z}^d} \alpha(k) e^{i\alpha \cdot k}, \alpha \in [0, 2\pi]^d$$

Donc l'espace des suites finies de $\mathbb{R}^{\mathbb{Z}^d}$ est inclus dans $D(A^{-1/2})$ si et seulement si $\tilde{A} \in L^1([0, 2\pi]^d)$, ce qui équivaut pour notre exemple, à

$$\tilde{A}(\alpha) = 4 \sum_{l=1}^d \sin^2(\alpha_l/2) \in L^1([0, 2\pi]^d)$$

Cette condition est remplie exactement pour $d \geq 3$.

Récapitulons ([4]) : Pour $d \geq 3$, il existe une mesure de Gibbs sur $\mathbb{R}^{\mathbb{Z}^d}$ associé à l'hamiltonien défini en (6). C'est la mesure gaussienne de covariance A^{-1} où A est donné en (7).

2.2. Transition de phases. — L'opérateur A défini par (7) sur $\ell_2 \mathbb{Z}^d$ est non borné. Pour $d \geq 3$, il est inversible et son domaine a la propriété souhaitée pour pouvoir construire la mesure gaussienne associée. Mais, on a la pathologie suivante : il existe des vecteurs propres "généralisés" de A associés à la valeur propre 0. Par exemple, le vecteur $m = (\dots, 1, 1, 1, 1, \dots) \in \ell_2 \mathbb{Z}^d$ satisfait

$$A m = 0.$$

Soit V l'espace de tels vecteurs propres.

Il est clair que, pour tout élément m de V , l'image de la mesure μ_A par la translation de vecteur m est une mesure de Gibbs associée au même potentiel h donné en (6).

Nous venons d'exhiber un exemple de potentiel h pour lequel l'ensemble des mesures de Gibbs associé est non vide, et contient plus d'un élément.

Suivant la terminologie de la mécanique statistique, il y a "transition de phases".

De plus, chaque mesure de Gibbs de la forme $\mu_A(\cdot - m)$, $m \in V$, est effectivement une mesure d'équilibre : la solution de (5) de condition initiale $(x_{i,0})_i = m$ s'écrit encore

$$(8) \quad x_t = e^{tA} m + \int_0^t e^{(t-s)A} .dB_s$$

où cette dernière intégrale représente une convolution stochastique et est indépendante de la condition initiale.

C'est un terme dont la loi converge, quand t tend vers l'infini, vers μ_A . Puisque $m \in V$, $e^{(tA)}m \equiv m$ et

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (\text{loi de } x_t) = \mu_A(\cdot - m).$$

En conclusion, le système infini-dimensionnel (5) génère plusieurs mesures d'équilibre, suivant la condition initiale. Celles-ci sont des mesures de Gibbs associées au potentiel quadratique h donné par (6). Cela reflète un phénomène de transition de phases.

Dans le cas d'un potentiel h quelconque, de nombreux problèmes restent encore ouverts sur la relation entre mesures de Gibbs et mesures d'équilibre [5].

Références

- [1] B. M. Gurevich, Yu. M. Suhov : *Comm. math. phys.* 49 (1976), 54, 56 (1977).
- [2] H. Doss, G. Royer : *Z. Wahrsch. Verw. Geb.* 46 (1978).
- [3] R. L. Dobrushin : *Advances in Proba. and Rel. Topics* (1987).
- [4] Yu. G. Kondratiev, T. A. Sokol : *Selecta Mathematica* 13 (1994).
- [5] P. Cattiaux, S. Roelly, H. Zessin : *Prob. Theory and Rel. Fields* (sera publié en 1996).

Sylvie Roelly
UFR de mathématiques
Université de Lille 1
59655 Villeneuve d'Ascq cedex

USING ANTICOMMUTING VARIABLES

Alice Rogers

During the last twenty years or so a new kind of mathematics, whose objects are identified by the prefix 'super' has been studied. This mathematics involves anticommuting variables in addition to commuting variables.

The motivation for such mathematics comes almost entirely from physics, particularly from the quantization of systems with Fermionic degrees of freedom and of systems with gauge symmetry. The prefix 'super' is derived from the idea of supersymmetry in physics. The term supersymmetry is used to denote a symmetry which mixes Bosonic and Fermionic degrees of freedom, that is to say, particles of integral spin and particles with half integral spin. Bosonic fields obey canonical commutation relationships, so that Bosonic theories can be formulated in terms of functions of conventional variable, while Fermionic fields obey canonical anticommutation relations so that an analogous formulation of Fermionic fields involves functions of anticommuting variables. Such a treatment of Fermions is particularly desirable when considering supersymmetry, because the two types of field related by the symmetry are then treated in an analogous fashion.

Anticommuting variables occur in the quantization of theories with symmetry as a means of handling the constrained phase spaces which arise in such theories. The constraints lead to a reduction in the dimension of the phase space, which can effectively be obtained by including extra anticommuting dimensions. This is because Gaussian integrals of anticommuting variables introduce a determinant (the Fadeev-Popov determinant) rather than an inverse determinant. Of course the extra dimensions are to be interpreted formally rather than as describing any physical reality.

These notes briefly summarise the basic analysis of functions of anticommuting variables. A more detailed account may be found (for instance) in [1], which also describes some applications to geometry.

There are two philosophies in supermathematics; one is the concrete approach, in which actual sets parametrised by commuting and anticommuting variables are considered, and then functions between such sets analysed; the other is more formal, with the algebra of function being extended, rather than the spaces themselves. The approach taken is partly a question of taste and partly a question of the particular problem being considered - the two approaches being largely interchangeable [2,3]. In these notes the concrete approach will be taken.

The starting point is the infinite-dimensional Grassmann algebra \mathbb{R}_S over the reals with generators $1, \beta_1, \beta_2, \dots$, and relations

$$1\beta_i = \beta_i 1 = \beta_i$$

$$\beta_i \beta_j = -\beta_j \beta_i$$

This algebra \mathbb{R}_S is split into two parts \mathbb{R}_{S_0} and \mathbb{R}_{S_1} , with \mathbb{R}_{S_0} containing terms built from an even number of generators and \mathbb{R}_{S_1} those terms built from products of an odd number of generators. Even elements of the algebra commute with all elements, while odd elements anticommute with one another. The standard (m,n) —dimensional *superspace* (on which geometric objects such as supermanifolds may be locally modelled) is the space $\mathbb{R}_S^{m,n}$ product of $(\mathbb{R}_{S_0})^m$ and $(\mathbb{R}_{S_1})^n$ with typical element $(x^1, \dots, x^m; \xi^1, \dots, \xi^n)$

The analysis of functions on the purely odd superspace $\mathbb{R}_S^{0,n}$ is very simple; the most general function considered takes the form

$$f(\xi^1, \dots, \xi^n) = \sum_{\mu \in M_n} f_\mu \xi^\mu$$

where $\mu = \mu_1 \dots \mu_{|\mu|}$ is a multi-index with $1 \leq \mu_1 < \dots < \mu_{|\mu|} \leq n$, M_n denotes the set of all such multi-indices (including the empty index) and $\xi^\mu = \xi^{\mu_1} \dots \xi^{\mu_{|\mu|}}$. The coefficients f_μ are constants - the space in which these are allowed to take values (which might be the reals, the complex numbers or \mathbb{R}_S) determining the particular function space under consideration. Differentiation of such functions is defined by the simple rule

$$\frac{\partial \xi^\mu}{\partial \xi^j} = (-1)^{l-1} \xi^{\mu_1} \dots \xi^{\mu_{l-1}} \xi^{\mu_{l+1}} \dots \xi^{\mu_{|\mu|}} \text{ if } \mu_l = j$$

$$= 0 \text{ otherwise}$$

Integration is more difficult; neither measure theory nor anti-differentiation leads to any useful definition; the standard definition (due originally to Berezin [4]) is formal with no notion of limit. The integral is simply defined by the rule

$$\int d\xi^1 \dots d\xi^n f(\xi) = f_{1\dots n}$$

where $f_{1\dots n}$ denotes the coefficient of the highest degree term in the expansion (*) of f . This integral allows many standard techniques in functional analysis to be extended to the anticommuting case; for instance the kernel of a differential operator H is the function $H(\xi^1, \dots, \xi^n, \eta^1, \dots, \eta^n)$ such that

$$H(\xi^1, \dots, \xi^n) = \int d\eta^1 \dots d\eta^n H(\xi^1, \dots, \xi^n, \eta^1, \dots, \eta^n) f(\eta^1, \dots, \eta^n)$$

The trace can be obtained from the kernel by the formula

$$\text{trace}(H) = \int d\eta^1 \dots d\eta^n H(-\eta, \eta),$$

Since the delta function (or kernel of the identity operator) satisfies

$$\delta(\eta - \xi) = \int d^n \rho \exp(i \sum_{j=1}^n \rho^j (\eta^j - \xi^j))$$

Fourier transforms can be defined which satisfy a simple Fourier inversion theorem.

On its own, analysis of functions of an anticommuting variable is a somewhat trivial subject; bolted on to conventional analysis and geometry, some surprisingly useful and powerful techniques can be developed; an example is the study of the Dirac operator (making use of the fact that the operators $\psi^i = \xi^i + \partial/\partial \xi^i$ satisfy the Clifford algebra relations $\psi^i \psi^j + \psi^j \psi^i = 2\delta^{ij}$ which is described in [1]).

The literature on supermathematics and supersymmetry is vast, and no attempt will be made here to provide a complete bibliography. An account of supersymmetry and the use of superspace techniques may be found in [5].

Références

- [1] Alice Rogers. *Path integration, anticommuting variables and supersymmetry*. Journal of Mathematical Physics, to appear, 1995.
- [2] M. Batchelor. *Two approaches to supermanifolds*. Transactions of the American Mathematical Society. 258 : 257 - 270, 1980.
- [3] A. Rogers. *A global theory of supermanifolds*. Journal of Mathematical Physics, 21 :1352 - 1365, 1980. GTSM
- [4] F.A. Berezin. *The Method of Second Quantization*. Academic Press, 1966.
- [5] Peter West. *Introduction to Supersymmetry and Supergravity*. World Scientific, 1990.

Alice Rogers
Department of Mathematics
Kings College
Strand
London WC2R 2LS
alice.rogers@kcl.ac.uk

GEORG CANTOR (1845 - 1918)

Nathalie Charraud

Les références de Lacan à G. Cantor sont nombreuses et on peut se demander : pourquoi? mais aussi : qui était G. Cantor?

Le parti que je propose ici, et qui est aussi celui de mon livre [1], est de nous donner les moyens de répondre la première question en éclairant d'abord la seconde.

Lacan s'est intéressé à Cantor avant tout parce qu'il a été un grand mathématicien, l'origine du grand tournant qu'a connu la mathématique au début du 20ème siècle et non parce qu'il était psychotique (raison pour laquelle il s'est intéressé, après Freud, Schreber). Après lui, toutes les mathématiques vont reposer sur la théorie des ensembles, ce "paradis" que Cantor aurait créé, selon l'expression de Hilbert, comme cadre des mathématiques modernes. Paradis qui n'est pas dépourvu de côtés infernaux, avec ses impasses indécidables ou paradoxales. Est-ce cet impossible auquel Cantor s'est heurté de plein fouet qui serait l'origine de sa folie comme beaucoup l'ont pensé? Ou au contraire est-ce sa structure qui aurait appelé, par compensation, sa construction de la théorie des ensembles, comme d'autres l'ont soutenu?

Ces questions renvoient de nombreux thèmes qui concernent la psychanalyse, comme "folie et génie", "inconscient et création", le "choix" de la psychose, ou la question du savoir inconscient et sa logique;

Nous croiserons ces thèmes, dans le cas de Cantor, en retraçant d'abord très brièvement son apport mathématique, puis en rappelant les faits marquants de sa vie, la façon dont ils peuvent être compris.

Ses Mathématiques

Le point de départ de ses recherches a été le problème du développement d'une fonction en une série trigonométrique, plus exactement le problème des points d'exception à la vérification de certaines propriétés de la fonction $f(x)$ pour que ce développement soit possible.

Ce problème de la répartition des points d'exception sur la droite l'a conduit à des questions topologiques sur les ensembles de points d'une droite, sa grande question sur la nature du continu, puis de sa cardinalité.

C'est ainsi qu'il est amené démontrer que la cardinalité de l'ensemble de tous les points d'un intervalle (continu) est distincte de la cardinalité, également infinie, de l'ensemble des nombres entiers (dénombrable). Résultat stupéfiant pour l'époque puisqu'il implique qu'il y aurait non pas un seul infini, mais deux au moins! En

fait, sa construction des nombres transfinis va révéler l'existence d'un nombre infini d'infinis différents.

Ces résultats révolutionnaires sont consignés dans son article "Fondements d'une théorie générale des ensembles" (1884), où Cantor fait de longs développements philosophiques pour justifier et excuser d'une certaine manière son audace d'avoir contrecarré une tradition remontant à Aristote et interdisant de prendre en compte l'infini en acte (des grandeurs actuellement infinies).

Dans ses discussions avec les théologiens qui situaient Dieu en l'infini considéré comme unique, Cantor va préciser que la place de Dieu est tout simplement repoussée plus loin, au-delà de tous les nombres transfinis. Le nœud de cette problématique va resurgir avec la découverte des paradoxes qui montre que cette place est inconsistante (par exemple le paradoxe du plus grand ordinal), nous allons y revenir.

Ce que l'on appelle l'hypothèse du continu est la conjoncture que fait Cantor, et qu'il cherchera en vain toute sa vie à démontrer, qu'il n'y aurait pas de cardinaux intermédiaires entre le dénombrable et le continu, proposition qui a été démontrée comme étant indécidable (Cohen, 1966).

Une vocation

Son enfance et son adolescence ont été marquées par la maladie de son père, qui meurt de la tuberculose en 1863, vers la cinquantaine, Cantor lui a 18 ans. Ce père, d'après ce qui nous reste de sa correspondance, avait un tempérament mystique qui n'a été que renforcé avec la maladie.

Du côté de sa mère, la famille est très musicienne et Cantor commencera très jeune à jouer du violon, qu'il abandonnera ensuite pour se consacrer aux mathématiques.

Son père insistait pour qu'il reçoive une éducation aussi vaste que possible sur le plan culturel et pas seulement scolaire (théâtre, concert, équitation, etc...). Mais il manifestait une admiration particulière pour la Science, ce qui a certainement contribué dans le choix de Cantor pour les mathématiques, la science la plus propice à satisfaire les idéaux élevés du père.

Mais c'est après la mort de son père qu'il va s'abandonner avec une certaine exclusivité aux mathématiques. Il passe son doctorat et s'installe comme assistant à l'Université de Halle. C'est là qu'il rencontre par l'intermédiaire de Heine qui est professeur à Halle, le problème de la représentation d'une fonction par une série, recherche qui vont le mener à établir une construction rigoureuse des nombres réels, puis à mettre en évidence l'existence d'autres ensembles infinis, jusqu'à la création des nombres transfinis.

Sa vie se partage en fait entre Halle et Berlin, où habite sa famille et où il peut rencontrer les mathématiciens les plus éminents, comme Weierstrass ou Kronecker qui furent ses professeurs. C'est à Berlin qu'il rencontre une amie de sa soeur, Vally Guttman, qui deviendra sa femme. Vers la même époque, peu de temps avant son

mariage, il rencontre le mathématicien Dedekind qui vient lui aussi d'élaborer une construction des nombres réels à partir des nombres rationnels, avec la notion de coupure, alors que la construction de Cantor se fait à partir de la notion de suite fondamentale (les deux constructions sont équivalentes). Ils sympathisent d'emblée sur la base de leurs intérêts communs pour la nouvelle mathématique qui s'élabore dans le sillon de l'enseignement de Weierstrass et entreprennent une correspondance dont il nous reste malheureusement que des extraits. L'un comme l'autre peuvent se plaindre de l'opposition vigoureuse de Kronecker à l'introduction de l'infini dans les calculs mathématiques.

Un semblant d'autre

Traditionnellement, Kronecker est présenté comme une espèce de persécuteur dans la vie de Cantor. Il est vrai qu'il l'a fait enrager avec ses thèses finitistes et qu'il a objectivement nuï à sa carrière. Mais en même temps il lui servait de garde fou, dans la mesure où il empêchait précisément ce succès qui allait précipiter le déclenchement de la psychose, peu après la parution du mémoire sur les nombres transfinis.

L'importance de ces deux collègues, comme soutiens (positif de la part de Dedekind, négatif de la part de Kronecker) dans les premières années de recherche de Cantor, nous est en quelques sortes exposée dans une conférence qu'il donna, en 1873, à la Société des Sciences de la Nature de Halle. Il choisit comme thème de sa conférence le calcul des probabilités, remontant son origine aux travaux de Pascal et Fermat, et fustigeant les incompréhensions et la "bêtise" du chevalier de Méré et des premiers détracteurs de la nouvelle théorie. Fraenkel, le premier biographe de Cantor, note "une curieuse prémonition à une époque où le futur créateur avait à peine commencé son oeuvre". En fait, une forte identification à Pascal va soutenir Cantor durant ces années productrices, entre 73 et 83. Plus précisément, il trouve dans le trio Pascal-Fermat-Méré un triangle identificatoire : comme Fermat pour Pascal, Dedekind est l'interlocuteur fidèle avec qui s'élabore les premiers éléments de la théorie des ensembles. Quand à Kronecker, il le désigne "Herr von Méré" dans sa correspondance!

Il est intéressant de noter que dans le mémoire de 82 exposant la construction des nombres transfinis, le nom de Pascal n'est paradoxalement pas mentionné parmi les grands philosophes qui se sont intéressés à la question de l'infini, alors qu'il est un des rares à avoir admis, au moins en principe, l'existence de nombres infinis, bien avant Bolzano ou même Fontenelle. Omission frappante car elle donne à l'identification dont nous avons parlé le statut d'un véritable refoulé. Le triangle Pascal-Fermat-Méré en tant que support identificatoire du triangle Cantor-Dedekind-Kronecker,

constituerait en quelque sorte, dans nos repères théoriques où la psychose se caractérise par un manque d'inconscient, (le psychotique se trouve "désabonné" à l'inconscient, suivant l'expression de Lacan), un Autre inconscient prothésique. Son caractère secret et privé est donc essentiel pour remplir sa fonction.

Le déclenchement

En 1884, Cantor est invité à Paris par les mathématiciens français qui sont les premiers à reconnaître l'importance de son article sur les transfinis. Il est accueilli en maître, position qu'il ne peut manifestement pas soutenir. Son séjour à Paris est interrompu par un retour précipité suivi d'une hospitalisation à l'hôpital universitaire de Leipzig, le même qui accueillera Schreber quelques mois plus tard. Il se rétablit rapidement, après une "réconciliation" avec Kronecker, ce qui à nos yeux ne fait que confirmer le rôle de garde-fou que jouait ce dernier. Durant ces dix dernières années qui vont suivre, Cantor réussit à éviter une nouvelle décompensation grâce à un certain nombre d'activités qui le protègent d'une confrontation directe avec sa position de père de la nouvelle théorie mathématique. Il correspond avec des philosophes et des théologiens, se passionne pour la polémique Bacon-Shakespeare. Il fonde l'association des mathématiciens allemands, puis organise des congrès internationaux, où il cherche davantage à mettre en scène et pourfendre ses détracteurs qu'à défendre ses propres théories !

Ses écrits de cette période sont essentiellement destinés à des revues de philosophie. Il tente de répondre point par point aux objections scolastiques contre l'infini actuel et d'imaginer les applications possibles de sa théorie à des domaines aussi divers que la métaphysique, la théologie, la physique, la chimie ou la biologie, voire la psychologie. Foncièrement, l'ambition de Cantor était de ne pas seulement être un mathématicien, mais aussi un philosophe et un poète, comme l'était F. Bacon.

La maladie

Avec l'association des mathématiciens allemands et la création des congrès internationaux, c'est une véritable scène de théâtre que Cantor monte là et où il joue le premier rôle. Scène antinomique à l'autre scène", refoulée, qu'il avait réussi à créer avec le trio Pascal-Fermat-Méré.

On peut suivre dans une de ses lettres la mise en scène qu'il prépare lors de la première rencontre de 1891 Halle : Kronecker allait se dévoiler grâce à la discussion qui allait s'ensuivre de sa démonstration par la diagonale concernant la non-dénombrabilité du continu, démonstration qui repose sur la présentation d'un tableau infini de nombres, ce qui ne saurait laisser Kronecker indifférent. Ce scénario

qui devait démasquer le "véritable" Kronecker a été déjoué par le sort puisque Kronecker ne put se rendre cette première rencontre de l'Association, mais il envoya ses cordiaux voeux de succès!

La mort de Kronecker, la même année, priva Cantor de son plus franc détracteur et eut pour effet de délimiter le triangle régulateur dont nous vous avons noté le rôle stabilisant, d'autant plus que Dedekind de son côté s'était éloigné de l'orbite de Cantor. Le camp des opposants s'élargit à l'ensemble des "professeurs allemands", selon les plaintes de Cantor. C'est à la communauté mathématique qu'il décide alors de s'adresser à nouveau en publiant en 95, puis en 97, les deux parties de l'opuscule qui présente sa théorie en pur style mathématique, débarrassé de toute considération philosophique. L'effet escompté fut immédiat : des mathématiciens, de plus en plus nombreux, reconnaissent l'importance de son oeuvre. De nouveau, il doit assumer une place de maître face à de jeunes chercheurs enthousiastes, de nouveau il sera hospitalisé, en 99. A partir de cette date, il passe à peu près la moitié de l'année à l'hôpital; en particulier chaque reconnaissance officielle, chaque voyage honorifique est suivi d'une hospitalisation en urgence. Le diagnostic est celui de psychose maniaco-dépressive.

Oedipe & Co

La problématique du second déclenchement diffère du premier qui était lié à l'impossibilité de soutenir une position paternelle face à de jeunes disciples.

En effet, si la publication des "Contributions" a pour conséquence ce succès que son auteur ne saurait assumer, elle surgit par ailleurs dans le contexte de la découverte des paradoxes inhérents à cette première théorie naïve des ensembles.

La réaction de Cantor aux paradoxes est complexe, comme j'ai pu le montrer dans mon livre. Je vais simplement revenir ici sur les conséquences de ceux-ci sur la construction religieuse qui soutenait Cantor durant toutes ces années et qui consistait à situer la place de Dieu au-delà de tous les transfinis. Or c'est précisément cette place qui s'avère inconsistante d'après les paradoxes. Le lien harmonieux entre mathématiques et religion, que Cantor pensait avoir mis en évidence et dont il débattait dans ses articles et sa correspondance, jouait sans aucun doute un rôle de suppléance au sens de Lacan dans la stabilisation de ces dix années, entre 85 et 95.

Les paradoxes vont littéralement défaire cette suppléance, ce qui rejoint d'une certaine façon ce que dit Lacan à propos du drame de Cantor et de quelques autres (dont les psychanalystes!) : "Et je pense qu'il ne saurait s'inscrire lui-même dans l'Oedipe, sauf à le mettre en cause".

Le drame de Cantor s'inclut certes dans l'Oedipe par sa dimension sociale et sa responsabilité auprès d'émule et d'admirateurs. Mais dans la mesure où le facteur déclenchant est la chute d'une écriture purement mathématique (Le Ω situé au-delà

de tous les transfinis), on peut penser que ce qui faisait "tenir ensemble" était aussi un facteur purement logique, voire topologique ou mathématique.

Dans l'Oedipe, c'est le Père qui "unit", qui fait "tenir ensemble". Ce texte de Lacan de 66 citant Cantor annonce déjà les constructions d'... *Ou pire* ou de l'Étourdit. Ainsi Cantor, qui est la charnière des mathématiques classiques et modernes, fut-il situé par Lacan en un point où il pouvait "mettre en cause" l'Oedipe tel que l'avait formulé Freud.

En effet, d'un point de vue strictement structurel, ce qui "unit" fait tenir ensemble, c'est la notion même d'ensemble, avant même qu'il y ait des éléments pour le constituer : c'est la notion d'ensemble vide $\cdot = \{\}$. En tant qu'ensemble, celui-ci a le pouvoir, potentiellement, de réunir des disparates. En tant que vide, il laisse la place du désir. Ce sont bien là les deux fonctions du Père dans la psychanalyse.

Il est remarquable que Cantor ait en fait raté l'essence même de la notion d'ensemble, puisque pour lui il n'y avait pas d'ensemble vide. Cette essence de l'ensemble, l'ensemble vide sur lequel se construit les théories axiomatiques des ensembles après Cantor, sera donnée par Frege.

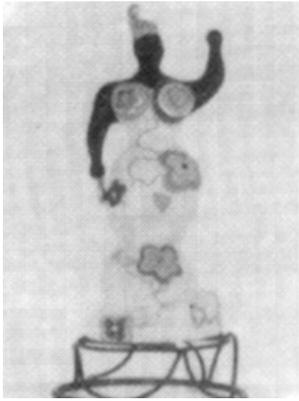
L'histoire de Cantor est exemplaire d'une tentative de nouer la logique ensembliste (correspond-elle à la logique de l'inconscient ? après Lacan, on peut le penser) à la problématique du Père (Dieu). Ce noeud qui tient par l'Oedipe dans la névrose, doit être soutenu par une construction dans le cas de la psychose. La construction élégante de Cantor, de situer Dieu au-delà de tous les transfinis, fut démolie par la découverte des paradoxes qui ont eu pour conséquence de révéler la psychose du grand mathématicien.

Références

- [1] Nathalie Charraud : *Infini et Inconscient, essai sur Georg Cantor*, Anthropos-Economica, 1994.

Nathalie Charraud
Département de Mathématiques
Université Paris Nord
93430 Villetaneuse

A propos de femmes



Niki de St Phalle
Nana with Golden turt
1986

Women's art magazine
Sept/oct 1993

Eileen Cooper
Woman with birds
1989

Women's art magazine
jan/feb 1992

Claude Cahun
Autoportrait
1929

Women's art magazine
sept/oct 1995

Observatoire de l'imparité

Cette rubrique a pour objectif d'attirer l'attention de la communauté mathématique sur la sous-représentation des mathématiciennes à plusieurs niveaux de la hiérarchie universitaire et dans les comités et manifestations scientifiques ainsi que sur les phénomènes de discrimination et d'exclusion qui les concernent.

Le premier aspect de notre Observatoire de l'imparité consistera à rapporter et commenter des données chiffrées qui témoignent d'une sous-représentation des femmes telles que :

- l'évolution du pourcentage des femmes recrutées à divers niveaux de la hiérarchie universitaire,
- le pourcentage des femmes dans des conférences mathématiques et plus généralement scientifiques,
- le pourcentage des femmes participant à des comités d'instance de décision au sein de la communauté mathématique.

Un second aspect consistera à rapporter des expériences plus personnelles de mathématiciennes, en les confrontant aux données statistiques. Certaines de ces expériences pourront avoir un aspect de doléance, dans des cas de discrimination ou d'exclusion. Rapporter ces témoignages pose problème. En effet, rendre publiques ces expériences pourrait avoir l'effet inverse de celui qui est souhaité et porter préjudice à celle qui les a vécues. Une doléance publique de la part d'une mathématicienne en particulier risque de provoquer de la part des membres de la communauté, des commentaires négatifs et médisants à l'encontre de celle qui semble critiquer et mettre en question certains aspects du fonctionnement de la communauté laquelle ils/elles appartiennent et s'identifient parfois.

Prenons le cas, assez courant, d'une mathématicienne à qui l'on octroie des responsabilités importantes au sein de la communauté, responsabilités jusque IA portées par des hommes et qui pourtant n'occupe pas un poste "A la hauteur", dans la hiérarchie universitaire de ces responsabilités. Peut-elle dénoncer publiquement cet état de fait sans que cela nuise à sa carrière et l'empêche par là d'obtenir le poste auquel elle pourrait prétendre avec de telles responsabilités ?

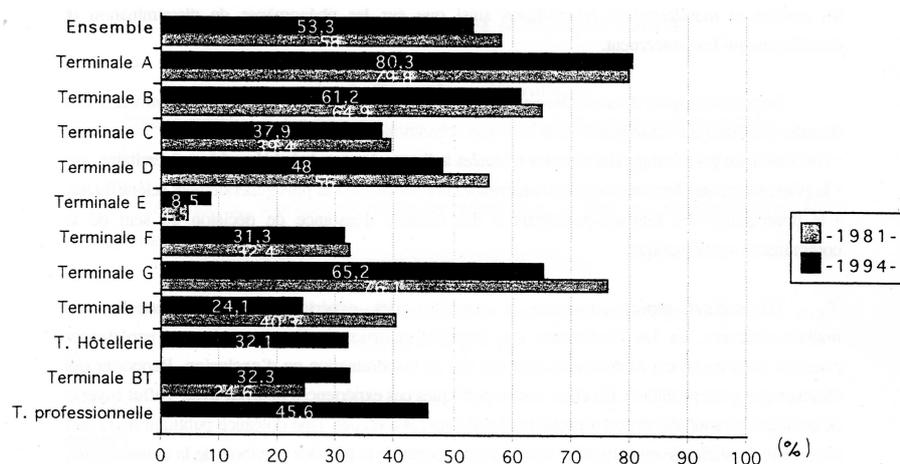
Que faire ? Prendre son mal en patience et se résigner à accepter cet état de fait ? Nous proposons ici une autre solution : rapporter de manière anonyme dans ces colonnes des témoignages de mathématiciennes ayant vécu de tels phénomènes de discrimination, témoignages qui sans porter préjudice à la personne concernée, contribueront peut-être à sensibiliser la communauté scientifique ces questions.

Tous vos témoignages positifs ou négatifs, optimistes ou pessimistes, sont les bienvenus.

Sylvie Paycha et Marie-Françoise Roy

Statistiques

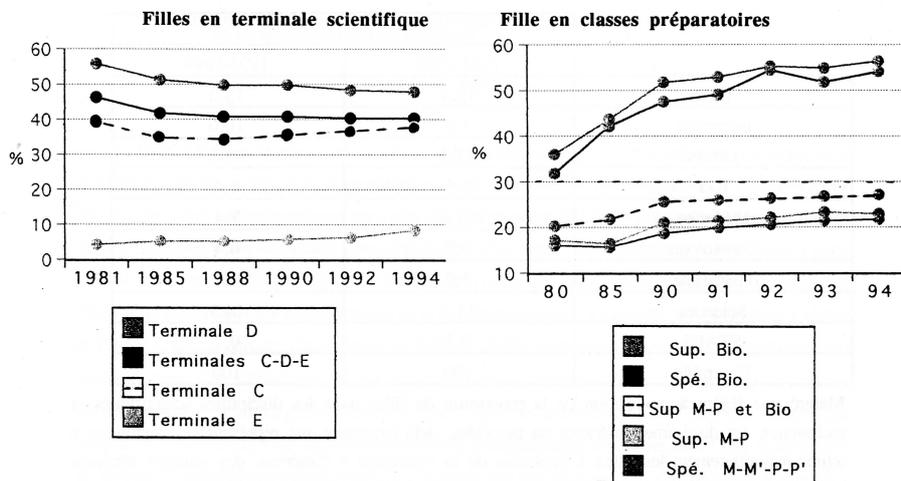
Filles dans les classes de terminales Les candidates au baccalauréat



Taux de réussite au baccalauréat selon le sexe en 1993

| | Filles | | Garçons | |
|----------------------------|------------|---------|-----------|--------|
| | Présentées | Admises | Présentés | Admis |
| Baccalauréat général | 209 016 | 75,8 % | 164 954 | 71,2 % |
| Séries A | 78 763 | 74,4 % | 19 593 | 70,0 % |
| Séries B | 59 322 | 70,2 % | 38 932 | 65,4 % |
| Séries C | 29 667 | 87,2 % | 49 184 | 80,3 % |
| Séries D | 39 733 | 78,8 % | 43 277 | 70,1 % |
| Séries D' | 614 | 62,2 % | 1 858 | 65,1 % |
| Séries E | 917 | 71,0 % | 12 110 | 72,8 % |
| Baccalauréat technologique | 90 741 | 67,2 % | 83 960 | 66,8 % |
| Séries F | 21 528 | 66,1 % | 46 706 | 67,9 % |
| Séries G | 69 163 | 67,5 % | 37 107 | 65,4 % |
| Séries H | 50 | 66,0 % | 147 | 74,1 % |
| Baccalauréat professionnel | 32 770 | 75,4 % | 38 099 | 69,3 % |

On pourra remarquer un bien meilleur taux de réussite des filles dans les séries C et D, indice d'une sursélection des filles dans ces séries (on observe d'ailleurs des taux de 100 % de réussite des filles dans certains lycées de centre ville).



Evolution des effectifs des Universités par sexe et par discipline

| | Proportion des filles (en %) | |
|-------------|------------------------------|-----------|
| | 1982-1983 | 1993-1994 |
| Droit | 52,5 | 59,9 |
| Economie | 42,4 | 51,2 |
| Lettres | 67,8 | 71,4 |
| IUT | 37,6 | 37,4 |
| Médecine | 43,9 | 50,2 |
| Odontologie | 36,5 | 42,9 |
| Pharmacie | 61,7 | 65,9 |
| Sciences | 33,4 | 36,4 |
| STAPS | 45,7 | 39,9 |
| Ensemble | 51,1 | 55,4 |

STAPS : Sciences et Techniques des Activités Physiques et Sportives

| | Proportion des filles (en %) | | % d'augmentation des effectifs entre 1982-1983 et 1993-1994 | |
|---------------------------|------------------------------|-----------|---|---------|
| | 1982-1983 | 1993-1994 | Filles | Garçons |
| Littéraires et Juridiques | 59,5 | 65 | 83,4 | 44,8 |
| Scientifiques | 40,5 | 41,1 | 43,0 | 39,5 |
| Ensemble | 51,1 | 55,4 | 69,2 | 42,0 |

| | Répartition des effectifs féminins (en %) | |
|-------------|---|-----------|
| | 1982-1983 | 1993-1994 |
| Droit | 15,4 | 15,0 |
| Economie | 7,8 | 10,0 |
| Lettres | 41,7 | 45,2 |
| IUT | 4,5 | 4,4 |
| Médecine | 13,0 | 7,4 |
| Odontologie | 0,9 | 0,4 |
| Pharmacie | 5,0 | 2,4 |
| Sciences | 11,1 | 14,3 |
| STAPS | 0,7 | 0,7 |
| Ensemble | 100 | 100 |

Malgré une légère augmentation de la proportion de filles dans les disciplines scientifiques et techniques, les disciplines littéraires ou associées, déjà largement sur représentées, continuent à attirer majoritairement les filles. L'évolution de la répartition à l'intérieur des effectifs féminins montre que ce déséquilibre s'amplifie. Le pourcentage d'augmentation met en évidence une croissance des effectifs féminins dans les disciplines littéraires ou associées presque deux fois supérieure à celle des disciplines scientifiques et techniques.

document élaboré par *Gwenola Madec* et *Annick Boisseau*

Statistiques nationales des étudiants/es en mathématiques 1989/93

| | Inscrit/es | | Reçu/es | |
|---------|------------|--------------|---------|--------------|
| | total | % étudiantes | total | % étudiantes |
| DEUG A | | | | |
| 1989/90 | 33584 | 25,0 | 10800 | 29,5 |
| 1990/91 | 42048 | 26,7 | 12756 | 15,0 |
| 1991/92 | 53097 | 27,7 | | |
| 1992/93 | 56735 | 28,5 | | |

| | | | | |
|-----------|------|------|------|------|
| LICENCES | | | | |
| 1989/90 | 5803 | 34,5 | 2603 | 40,0 |
| 1990/91 | 6890 | 34,4 | | |
| 1991/92 | 7372 | 36,2 | | |
| 1992/93 | 7847 | 36,5 | | |
| MAITRISES | | | | |
| 1989/90 | 1954 | 31,5 | 1124 | 33,0 |
| 1990/91 | 2468 | 32,6 | 1424 | 33,0 |
| 1991/92 | 3192 | 33,7 | | |
| 1992/93 | 3396 | 34,5 | | |

Concours d'agrégation de mathématiques

| | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |
|-----------------------|------|------|------|------|------|
| Présents : | | | | | |
| Nombre de candidats | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |
| Femmes/Total présents | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |
| Admis / Présents : | | | | | |
| Femmes | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |
| Total | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |

Répartition des enseignants du supérieur au 31/12/92

| | TOTAL | | 25 eme | | 26 eme | |
|------------------------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|-------|
| | % femmes | total | % femmes | total | % femmes | total |
| Maîtres de conférences | 26,1 % | 1452 | 24 % | 707 | 27,7 % | 745 |
| Professeurs | 10,1 % | 965 | 9 % | 523 | 10,7 % | 442 |

Au CNRS, en mathématiques, la proportion de femmes est de 17 % (dont 14% des DR, 19% des CR (20 % des CR1 et 14 % des CR2)

Recrutements 1991, 1992, 1993, 1994

Maîtres de conférences

| | TOTAL | | 25 eme | | 26 eme | | 25/26 eme | |
|------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|-------|
| | % femmes | total | % femmes | total | % femmes | total | % femmes | total |
| 1991 | 23 | 113 | | | | | | |
| 1992 | 28 | 119 | 10 | 51 | 18 | 59 | 0 | 9 |
| 1993 | 39 | 145 | 16 | 61 | 23 | 84 | | |
| 1994 | 26 | 147 | 7 | 58 | 18 | 64 | | |

Professeurs

| | TOTAL | | 25 eme | | 26 eme | | 25/26 eme | |
|------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|-------|
| | % femmes | total | % femmes | total | % femmes | total | % femmes | total |
| 1991 | 14 | 78 | | | | | | |
| 1992 | 8 | 82 | 2 | 33 | 6 | 39 | 0 | 10 |
| 1993 | 13 | 88 | 4 | 42 | 9 | 46 | | |
| 1994 | 4 | 51 | 0 | 15 | 4 | 19 | 0 | 22 |

Pourcentage femmes

| | Maîtres de conférences | Professeurs |
|------|------------------------|-------------|
| 1991 | 20,5 % | 18 % |
| 1992 | 23 % | 9,7 % |
| 1993 | 26,8 % | 14,5 % |
| 1994 | 17 % | 7 % |

Au CNRS la proportion de recrutements de femmes depuis quatre ans est de 14 % (ce qui correspond à leur proportion parmi les candidat/es).

Qualifications

| Maîtres de conférences | | Candidat(e)s | | Qualifié(e)s | |
|------------------------|------|--------------|-------|--------------|-------|
| | | % femmes | total | % femmes | total |
| 25 eme | 1992 | 18 % | 427 | 14 % | 210 |
| | 1993 | 19 % | 220 | 18 % | 141 |
| | 1994 | 18,5 % | 399 | 12,5 % | 189 |
| 26 eme | 1992 | 18,75 % | 480 | 21 % | 281 |
| | 1993 | 19 % | 348 | 18,5 % | 211 |
| | 1994 | 16,5 % | 556 | 15,5 % | 254 |

| Professeurs | | Candidat(e)s | | Qualifié(e)s | |
|-------------|------|--------------|-------|--------------|-------|
| | | % femmes | total | % femmes | total |
| 25 eme | 1992 | 11,5 % | 287 | 10 % | 163 |
| | 1993 | 11 % | 137 | 12 % | 93 |
| | 1994 | 10 % | 139 | 7 % | 65 |
| 26 eme | 1992 | 15,6 % | 293 | 16,5 % | 212 |
| | 1993 | 18 % | 114 | 15 % | 61 |
| | 1994 | 11 % | 155 | 12 % | 93 |

Il y a, en ce qui concerne les qualifications et le nombre total des enseignants en 1992, une marge d'erreurs due à l'incertitude sur des prénoms.

En 1992 : sur les 28 professeurs étrangers recrutés, aucune femme, en 1993 : sur les 25 professeurs étrangers recrutés 1 femme.

Les mutations ne sont pas comptabilisées (moins de 10 % de femmes). Après une certaine embellie en 1993, les chiffres de 1994 sont plutôt catastrophiques. La proportion des candidates à la qualification est à peu près stable. Mais il y a eu moins de femmes qualifiées et une chute encore plus grande aux niveaux des recrutements ;

ceci peut-être corrélé à la diminution des postes au niveau professeur. Dans tous les cas, le pourcentage pour la 25^{ème} section est inférieur souvent de beaucoup à la 26^{ème}. Notez le 0 % de professeurs femmes recrutées en 25^{ème} en 1994.

Sources

- pour les proportions d'étudiantes : Ministère de l'Education Nationale
- pour les recrutements : rapports Basdevant (DSPT1)
- pour la composition des enseignants du supérieur en 1992 : listes du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche
- pour les listes de qualification : listes du CNU
- pour le CNRS, commission du CNRS

Jacqueline Détraz

Comment les différences entre filles et garçons se fabriquent en classe de mathématiques

L'intervention de Marie Duru-Bellat du 10 décembre 1994 portait sur les mécanismes concrets qui, dans le quotidien de la classe, contribuent la formation de différences de parcours entre les garçons et les filles. L'intégralité de cette intervention se trouve dans le livre "La formation scientifique des filles, un enseignement au-dessus de tout soupçon?" ouvrage collectif réalisé sous la conduite de la commission française de l'UNESCO. Ed. Liris, 1995. Marie Duru-Bellat est sociologue, professeur en sciences de l'éducation à l'université de Bourgogne et chercheuse à l'Institut de Recherche sur l'Economie de l'Education (IREDU). Elle a publié plusieurs livres et articles concernant les mécanismes d'orientation dans l'enseignement secondaire et supérieur, le fonctionnement du collège, les inégalités de scolarisation entre garçons et filles.

La première partie de l'exposé concernait ce qui, dans le "curriculum prescrit et dans sa mise en oeuvre", peut agir sur des différences de parcours.

La chronologie des paliers d'orientation influence le cursus des filles. En effet, plus les choix d'option sont faits précocement, plus les filles font des choix stéréotypés.

A une période où se constitue l'identité sexuelle, les adolescents fonctionnent beaucoup par stéréotypes, ce qui les conduit aussi avoir des attitudes, faire des choix "typiquement féminins" ou "typiquement masculins", cette attitude étant accentuée par la mixité des classes.

Les programmes et leur mise en oeuvre, en particulier dans les manuels scolaires, en étant plus proches de l'héritage culturel des garçons, renforcent l'idée que les disciplines scientifiques sont des disciplines masculines (choix d'applications des domaines susceptibles d'intéresser davantage les garçons, sous-représentation des filles dans les manuels scientifiques, ...).

Les contenus plus "masculins" des activités dans les matières scientifiques ont une influence sur la qualité de la production des élèves.

Les choix didactiques de l'enseignant vont aussi influencer différemment la réussite des garçons et des filles. Les situations de coopération entre élèves ou d'échanges individuels avec l'enseignant seraient plus favorables aux filles. Les enseignants, comme tous les acteurs sociaux, partagent avec leur milieu les conceptions du masculin et du féminin en vigueur, ce qui transparaît au travers de leurs interactions pédagogiques (telles ou telles attitudes sont ou ne sont pas attendues de la part d'une fille ou d'un garçon)

La deuxième partie de l'exposé portait sur les échanges dans la classe. Les interactions enseignants-élèves sont très déséquilibrées en faveur des garçons (2/3 ont lieu entre enseignants et élèves garçons, 1/3 ont lieu entre enseignants et élèves filles.) Les élèves garçons sont beaucoup plus souvent encouragés que les filles, ils reçoivent aussi moins de commentaires décourageants et l'enseignant passe plus de temps à pousser les garçons, compléter leurs réponses.

Ces observations sont sans doute liées à la perception qu'ont les filles de leurs propres possibilités. Les "effets d'attentes" se font sentir au travers des évaluations et des commentaires des enseignants qui ont tendance à mettre en doute les capacités des filles en ce qui concerne les sciences ("elle réussit parce qu'elle travaille..."). Il est à noter que ces comportements ne dépendent pas du sexe de l'enseignant.

Les relations entre les garçons et les filles vont constituer une autre source de renforcement des stéréotypes de sexe (dominance des garçons, effacement des filles, rejet par les filles de disciplines ou situations peu "féminines", isolement des filles ayant certains types d'intérêts, ...).

La troisième partie de l'exposé portait sur les différences d'attitude face au travail scolaire et à l'orientation. Ces différences ne s'appuient pas sur des différences sensibles de réussite académique, mais plutôt sur des différences d'intérêt pour les différentes disciplines, sur des différences d'assurance avec laquelle filles et garçons abordent les disciplines, sur des différences d'attente et d'a priori de l'enseignant et sur une anticipation de l'avenir. Le manque de modèle attractif pour les professions scientifiques et techniques, les difficultés du marché du travail et ses stéréotypes, l'anticipation, des rôles sociaux incitent à opter pour des professions "féminines" dégageant du temps libre pour assumer les tâches familiales. Une pédagogie anti-sexiste qui aurait comme but d'abolir les obligations liées au sexe dans le choix d'un mode de vie, trouverait ses limites (et chercherait les repousser) dans le fonctionnement global de la société, dans sa conception dominante des sciences et des techniques, dans les stéréotypes attachés aux deux sexes et dans les divisions du travail qui en découlent.

Compte-rendu rédigé par *Gwenola Madec* lors de l'intervention de *Marie Duru-Bellat*.

"Les femmes dans les Mathématiques"

Synthèse de débats organisés par femmes et mathématiques

Entre juin et décembre 1993 ont eu lieu trois débats dans le cadre de l'Association femmes et mathématiques rassemblant mathématiciennes et sociologues. Le thème

de départ, "Les femmes dans les mathématiques ; effet de minorité, effet de genre?" a sensiblement évolué vers d'autres questions relatives à la place des femmes dans les mathématiques et aux relations qu'elles entretiennent avec cette discipline. Le but était de mieux comprendre les phénomènes d'exclusion qui conduisent au statut minoritaire des femmes mathématiciennes au sein de la communauté mathématique. Nous avons voulu essayer d'analyser ce phénomène à partir de ce qu'en disent les enseignantes et enseignantes-chercheuses en mathématique avec l'aide de sociologues qui apportent à la fois un regard extérieur et des outils d'analyse sociologiques pour aborder le problème.

Je propose ici une tentative de synthèse de ces débats en essayant d'en dégager quelques questions et quelques éléments de réponse. Ce texte décrit des phénomènes globaux et moyens et ne rend pas compte de cas d'exception.

La discussion qui s'est engagée au cours du premier débat, le 19 juin 1993, s'appuyait en partie sur certaines idées développées dans le livre "Sexe, race, pratique du pouvoir *L'idée de nature*" de la sociologue Colette Guillaumin éditions *Côtés femmes* (1992). L'auteur nous a aidées durant le débat à formuler et préciser certains points de la discussion. De ce débat se dégage une tentative d'analyse du caractère minoritaire de la présence des femmes dans la communauté mathématique. Les intervenantes ont essayé de cerner la notion de minorité d'une part et de décrire d'autre part les manifestations concrètes de cette position minoritaire des femmes au sein de la communauté mathématique. Nous rapportons ici quelques idées qui se dégagent de la discussion.

Le fait d'être minoritaire n'est pas tant lié au nombre qu'au pouvoir, pouvoir qui peut être de l'ordre du pouvoir symbolique, du prestige. Le caractère minoritaire d'un groupe, même majoritaire en nombre se caractérise par le fait que ses membres ne disposent pas de l'ensemble des pouvoirs que possèdent les membres du groupe par rapport auquel il est minoritaire. A l'intérieur d'une communauté, il ne suffit pas qu'une fraction devienne numériquement majoritaire pour que sa position devienne dominante.

Les caractéristiques qui marquent l'appartenance au groupe minoritaire (en l'occurrence ici, le fait d'être de sexe féminin) priment sur les caractéristiques propres de l'individu (en l'occurrence ici, le fait d'être mathématicien/ne) dans la façon dont cet individu est perçu/e par un membre du groupe majoritaire. Ainsi les membres d'un groupe majoritaire au sein d'une communauté de mathématiciens ont-ils /elles le droit à une subjectivité, une expression de leur individualité, alors que l'individu appartenant à un groupe minoritaire est avant tout perçu au travers des signes extérieurs de son appartenance à ce groupe, l'expression de sa subjectivité n'étant perçu qu'au second plan. Le groupe dominant s'approprie l'universel et le neutre, les autres membres ne se définissant que par rapport à cette référence.

Comment se traduit la position minoritaire des femmes au sein de la communauté mathématique? Peu nombreuses, les femmes y sont minoritaires en nombre. Elles y sont aussi minoritaires en pouvoir car peu représentées dans certaines instances de décisions de cette communauté, telles que les comités d'édition de revues mathématiques, les comités d'organisation de conférences, les commissions qui nomment

les chercheurs/ses et enseignants/tes chercheurs/es en mathématique. Cette position minorisée peut quelques fois induire des difficultés à accéder aux réseaux d'information scientifique et conduit parfois les mathématiciennes à se satisfaire d'une information fragmentaire.

Les mathématiques étant communément reconnues comme une discipline prestigieuse, et parmi les disciplines scientifiques peut-être comme la plus prestigieuse, reste à savoir comment se négocie au sein de la communauté scientifique, le fait d'appartenir au groupe des mathématiciens/ennes et à déterminer en quoi les membres de la communauté mathématique sont détenteurs d'un pouvoir symbolique. On peut imaginer que les capitaux symboliques se négocient différemment selon les champs (pour reprendre une formulation de P. Bourdieu) et se demander comment se positionnent les mathématiciennes au sein de la communauté scientifique dans son ensemble, en particulier par rapport aux physiciens et biologistes hommes.

Le débat qui a suivi le 16 octobre 1993, s'appuyait sur certaines idées développées dans le livre "L'étude et le rouet, tome 1, Des femmes, de la philosophie, etc..." éditions du Seuil (1989) de la philosophe Michèle Le Doeuff. La discussion s'est surtout orientée autour de la question de l'effet de genre et plus concrètement de l'analyse du comportement de l'élève-fille/étudiante, de l'enseignante, de l'enseignante-chercheuse en mathématique.

Dans la perception qu'en ont les autres membres de la communauté mathématique, la femme mathématicienne est souvent avant tout vue comme femme (signe de son appartenance au groupe minoritaire) et seulement secondairement comme mathématicienne (ce qui marque son appartenance au groupe "prestigieux" des mathématiciens/ennes). Les mathématiciennes se trouvent, comme les autres femmes, effectivement dans une situation où elles ne peuvent oublier qu'elles sont femme, mère, épouse et l'effet de genre -qui est lié à l'effet de minorisation sociale- se traduit alors pour elles par une "surcharge d'identité", pour reprendre une expression de Michèle Le Doeuff. On retrouve ce phénomène de surcharge d'identité chez les élèves-filles, les étudiantes et plus particulièrement en mathématique en ce sens qu'elles ne semblent pas pouvoir (vouloir?), contrairement à leur homologues masculins, se détacher d'un projet global de vie dépassant les stratégies scolaires et professionnelles et qu'il apparaît qu'elles refusent de se consacrer sans réserve (c'est à dire d'une façon qu'elle jugent obsessionnelle) à l'activité intellectuelle qu'elles ont pourtant choisie.

Le comportement des mathématiciennes est marqué par des tendances à l'auto-censure, le fait par exemple de ne pas poser sa candidature à des postes plus élevés, de ne pas publier facilement. Cette auto-censure, qui n'est pas propre aux mathématiciennes puisqu'on la retrouve chez des femmes dans d'autres carrières à dominante masculine, est elle-même liée à l'attente d'une légitimation, le fait par exemple de demander l'avis de nombreuses personnes "compétentes" avant de prendre le risque de publier un travail de recherche ou de se présenter un poste, les personnes jugées "compétentes" étant en général des hommes. On retrouve ici aussi ce phénomène d'auto-censure au niveau des études dans le secondaire et universitaires dans le choix des orientations par rapport aux compétences effectives, les filles ayant tendance se

sous-estimer et ne pas prendre le risque de s'engager dans une voie prestigieuse jugée "difficile".

En mathématique, comme dans d'autres domaines, leur pratique d'autocensure et d'évitement renforce encore la position minorisée des femmes. En général, elles ne cherchent pas se rendre "visibles" tout prix et se mettent moins en scène que les hommes; elles pratiquent moins la course à la publication et prétendent moins une place la tribune. Cela s'explique sans doute par une conception sexuée de la carrière, où les femmes ont en général des stratégies professionnelles fondées davantage sur l'intérêt du travail que le désir de reconnaissance et de promotion.

Il arrive souvent que la femme mathématicienne sacrifie plus difficilement d'autres aspects de sa vie au profit de sa seule activité professionnelle. Ceci peut se traduire par une certaine ouverture et un certain éclectisme (au sens positif du terme) induits par son rôle social, qui ne lui permet que difficilement de "se mettre entre parenthèses" en tant que femme, mère, épouse ...comme personne empirique et individuelle dans son travail de mathématicienne- pour reprendre une formulation de Michèle Le Doeuff.

Au niveau du secondaire, la tendance un refus de spécialisation se traduit par un renoncement plus réticent que les garçons à certaines matières lorsque se pose le choix de l'orientation. Elles veulent être "bonnes" partout, alors que les garçons n'hésitent pas en général sacrifier une matière lorsqu'il s'agit de s'orienter vers une filière réputée prestigieuse. D'autre part, cette pluralité du rôle des femmes a pour conséquence très concrète qu'elles manquent souvent de temps, de disponibilité, de mobilité, ingrédients, exigés par la conununautt masculine dans la vie d'un chercheur/se pour qu'il/elle puisse espérer obtenir une reconnaissance de son travail de recherche. Cette diversification peut s'expliquer par le souhait de ne pas renoncer certaines activités qui contribuent peut-être un certain équilibre personnel. Ces comportements reflètent un comportement social général des femmes, induit en grande partie par ce qu'on attend d'elles en tant que femmes.

Elles sont mesurées quant à leur investissement professionnel, veillant ne pas s'y investir de manière excessive. Une telle attitude est systématiquement interprétée en termes de docilité, d'obéissance aux règles du système; elles expliquent que les femmes osent rarement transgresser les limites qui leur sont implicitement imposées par le contexte social, prennent moins de risques. Des femmes est attendu que leur travail revête un aspect utilitaire et soit rentable car le temps qu'elles y passent est autant de temps en moins consacré leur famille. Toute activité professionnelle est une activité qui s'ajoutent aux tâches domestiques et autres responsabilités familiales implicitement attribuées la femme et celle-ci demande dès lors une justification. Ceci va l'encontre d'un investissement désintéressé, de l'aspect ludique et de défi sans connaissance préalable de son aboutissement que peut comporter le travail de recherche.

Ces comportements sont renforcés par les attentes de l'entourage (familial et professionnel) qui attend une certaine docilité de la part des femmes et critique celles qui ne répondent pas à cette attente.

Le point de départ du troisième débat, qui a eu lieu le 16 décembre 1993, était un article de Catherine Golstein "On ne naît pas mathématicien" paru en 1992 dans

le numéro intitulé " Le sexe des Sciences" de la revue *Autrement*, série *Sciences et Société*, et dans lequel l'auteur propose des éléments d'analyse des stéréotypes et discours spécifiques qui accompagnent les catégories "femmes" d'une part et "mathématiques" d'autre part.

Contrairement aux derniers premiers, qui étaient organisés l'initiative des mathématiciennes, les questions soulevées dans ce dernier débat portaient d'interrogations de sociologues dont Michèle Ferrand et Françoise Imbert qui ont introduit le débat. Le thème central était le mode de fonctionnement des mathématiques comme instrument de sélection scolaire et sociale et la manière dont cet usage des mathématiques conduit une certaine exclusion des femmes.

Aux qualités que l'on dit (souvent tort et partir de stéréotypes) être requises pour "faire" des mathématiques, goût de l'abstraction, de la compétition, du risque, du jeu, du défi, confiance en soi, pour ne citer que quelques exemples, s'opposent celles qui constituent les stéréotypes de la féminité, goût du concret, désintérêt pour un certain type de compétition, peur du risque, peu d'attrait pour le jeu, modestie, réserve, mesure, manque de confiance en soi. Au lieu de chercher ce qui dans la nature des mathématiques induit l'exclusion des femmes, on peut plutôt se demander comment sont utilisées les mathématiques pour justement diffuser travers leur rôle d'instrument de sélection, une vision qui construit simultanément en opposition, les qualités stéréotypées nécessaires à la pratique des mathématiques et les stéréotypes des qualités féminines.

Une question préliminaire se pose, autour de laquelle s'est orientée le débat : qu'apprend-on en "faisant" des mathématiques, quelles aptitudes acquiert-on qui puissent être utiles ensuite dans les carrières prestigieuses auxquelles donnent accès les filières scientifiques (carrières administratives, politiques, de gestion à haut niveau ...)? On peut se demander si l'apprentissage de méthodes d'analyse et de résolution de problèmes mathématiques donne des aptitudes pour aborder les problèmes que l'on peut avoir à traiter au cours de ces diverses carrières.

Les élèves du secondaire et les étudiants/es du premier cycle d'université perçoivent souvent les mathématiques comme un ensemble de règles qu'ils/elles doivent apprendre sans en comprendre l'utilité. Ils/Elles voient comme un exercice gratuit l'apprentissage du langage des mathématiques qui leur semble difficile et ésotérique, la faculté de manipuler ce langage consacrant l'appartenance une élite. On établit un parallèle entre la sélection par les mathématiques telle qu'elle fonctionne aujourd'hui : il s'agit dans les deux cas d'apprendre un langage, dont les règles de fonctionnement peuvent paraître arbitraires et complexes (les règles de grammaire dans le cas du latin), et qui constituent un bagage culturel peu utilisable au quotidien dans l'immédiat, ceci impliquant un investissement à long terme et une culture désintéressée. Ce même caractère abstrait, d'éloignement par rapport au réel que l'on retrouve dans le latin et les mathématiques -au moins dans la façon dont la façon dont ces matières sont reçues travers leur enseignement dans le secondaire et en partie dans le supérieur- et qui est sans doute une des raisons de leur utilisation comme instruments de sélection neutres et objectifs (ou perçus comme tels) dans le système de sélection par les études, contribue en fait à l'exclusion des individus des groupes minoritaires et en particulier des filles. Un individu d'un groupe

minoritaire ne doit-il pas au contraire voir les implications concrètes et réelles de son investissement dans les études et peut-il se permettre de s'investir de manière désintéressée, quand il doit constamment justifier à ses propres yeux et aux yeux de la société l'utilité de cet investissement ?

Dans le prolongement des idées développées dans ces trois débats, on peut discerner trois étapes dans le mode de sélection (au moins pour les mathématiques) pour l'accès à une carrière prestigieuse, chargée d'un certain ensemble de règles pour être sélectionnée. On a vu que c'est en effet ainsi qu'est souvent perçu l'apprentissage des mathématiques par les élèves. Ce n'est en général que dans une deuxième étape, après avoir passé le crible de la sélection, que l'étudiant reconnaît derrière ces règles des lois qui régissent les mathématiques, lois qu'il va petit à petit apprendre à manipuler. Ces lois peuvent et doivent ensuite être questionnées et transgressées par ceux/celles qui veulent accéder aux carrières prestigieuses et à certain pouvoir, celui de modifier ces lois. La recherche en mathématique ne constitue-t-elle pas entre autres à remettre en question les lois qui régissent les mathématiques pour aller au-delà et en établir de nouvelles, enrichissant ainsi le langage mathématique qui n'apparaît alors plus comme un ensemble de règles figées ? Il n'y a aucun sens à transgresser une règle du jeu, par contre une loi peut et doit être transgressée, pour reprendre les termes de J. Baudrillard dans "*De la séduction*". On peut faire l'hypothèse que, l'élève-fille ayant trop souvent appris par son éducation et par l'influence des pressions sociales à rester mesurée et ne pas transgresser les règles, elle saurait obéir à une règle du jeu tant qu'il s'agit d'un règlement mais elle aurait du mal à transgresser ensuite les lois pour prendre les rênes du pouvoir.

Nous espérons que ce dialogue entre sociologues et mathématiciennes que nous avons essayé de rapporter ici, pourra permettre de mieux comprendre comment des expériences vécues par des femmes dans leur rapport aux mathématiques, relèvent de mécanismes plus généraux.

Il reste à inventer des actions concrètes visant à enrayer les mécanismes d'exclusion qui conduisent à la situation minoritaire des femmes dans les mathématiques.

Sylvie Paycha

texte rédigé à la suite de nombreuses discussions internes à l'association

Bibliographie.

Pour participer l'élaboration de cette rubrique, n'hésitez pas signaler les titres que vous connaissez, accompagnés éventuellement d'un petit résumé .

Bibliothèque de base

- Badinter E. : *Emilie, Emilie, ou l'ambition féminine au 18^e-siècle* , Livre de Poche.
- Baudelot C., Establet R. (1991) *Filles et garçons devant l'évaluation*, Education et formation, n° 27-28, p. 49-66.
- * Baudelot C., Establet R. (1991) *Allez les filles*, Seuil.
- Clair R. (1995) "*La formation scientifique des filles, un enseignement au-dessus de tout soupçon ?*", Paris, ed. Liris.

- * Dalian A. (1994) *Sophie Germain*, Pour la Science dossier hors-série de janvier 1994 ou Pour • la Science n° 132 octobre 1988.
 - * Detraz J. *Sophia Kovalevskaïa, l'aventure d'une mathématicienne*, coll. "Un savant, une époque", Belin.
 - * Dedron P. (1980) *Mathématiques et mathématiciens*, Magnard.
 - Dick A. (1970) *Emmy Noether : 1882-1935*, Basel Birkhauser.
 - * Dubreil-Jacotin M.-L. *Figures de mathématiciennes*, Les grands courants de la pensée mathématique, F. Le Lionnais.
 - Duni-Bellat M. (1990) *L'école des filles. Quelle formation, pour quels rôles sociaux ?* L'Harmattan .
 - Duru-Bellat M., Jarousse J.P. (1993) *La classe de seconde : une étape décisive de la carrière scolaire*, Cahier IREDU n° 55.
 - Duru-Bellat M., Henriot -Van Zantem A. (1992) *La sociologie de l'école*, Armand Colin.
 - Grinstein L., Campbell P. *Women of mathematics, a biobibliographic source book*.
 - Manasseim M. (ouvrage collectif 1995) *De l'égalité des sexes*, CNDP Documents - actes et rapports pour l'éducation.
 - Mosconi N. (1989) *La mixité dans l'enseignement secondaire : un faux semblant ?*, PUF.
 - Osen L. M. (1974) *Women in mathematics*.
 - * Stein D. (1990) *Ada Byron : la comète et le génie*. Seghers.
 - Terlon C. (1985 : article de référence) *Filles et garçons devant l'enseignement scientifique et technique. Recherche anglo-saxonnes*, Revue Française de Pédagogie, juillet-août-sept. 85, n° 72.
 - Revue Française de Pédagogie. *Filles et garçons devant l'école* (quatre articles) janvier-février-mars n° 110.
 - *Le sexe des sciences* Revue Autrement, coll. Mutations, 1992.
 - * *Mathématiciennes : des inconnues parmi d'autres...*, IREM de Besançon.
 - * Tangente (Août-sept. 1995) n° 45 S. *Kovaleskaïa*
 - * Quadrature (mai 1995) n° 21 S. *Germain*
- * : Livres qui peuvent être utilisés pour constituer un présentoir au CDI dans les établissements secondaires

document de *Gwenola Madec* et *Annick Boisseau*

Notes de lecture

Un dossier très documenté intitulé *Women in Computing* est paru dans *Communications of the ACM* en janvier 1995 (volume 38, n° 1). Les auteurs des différents articles composant ce dossier (dotés chacun d'une bibliographie très fournie) sont des informaticiennes d'universités et d'entreprise américaines et allemandes.

Un bref sommaire :

- les pionnières en informatique, depuis Ada Byron Lovelace, Grace Murray Hopper, Sister Mary K. Keller ...
- le problème de l'enseignement des matières scientifiques aux filles, aux différents échelons du système éducatif.
- présentation de diverses associations aux Etats-Unis menant des programmes de prix et bourses d'étude et de recherche destinées aux femmes et/ou membres de minorités, en informatique, physique, mathématique, statistiques ...
- analyse du rôle des stéréotypes et schémas mentaux dans la compétition en milieu professionnel : ... *one specific characteristic that often differs between men and women, and that is subject to stereotypes, is conversational dominance Whereas some men try to score points in a conversation, many women treat conversation as a cooperative, equalizing endeavor... A woman who finds herself in a group conversation with such men may lose the competition without knowing she was participating in one. Also, participants in a conversation who are unintentionally affected by these stereotypes may be subject to a sort of gender-based deafness, where they only hear ideas that are stated by men...* Ce passage évoque en particulier l'ouvrage de Deborah Taxmen *You just don't understand : men and women in conversation* (Ballantine, New York, 1990) dont une version française est disponible dans la collection J'ai lu référence 7083. A signaler, les trois articles suivants parus récemment dans les *Notices of the American Mathematical Society* :
 - *Fighting for Tenure : the Jenny Harrison case opens a Pandora's box* en mars 1994, dans le volume 41, n° 3.
 - *The Tyranny of the Mean : Gender and Expectations* en septembre 1994, dans le volume 41, n° 7
 - *A Celebration of women in Mathematics* en janvier 1995, volume 42, n° 1. (Cet article présente les résumés des exposés de huit mathématiciennes la conférence organisée au MIT en mars 1994 par le Visiting Professorship for Women Program of the National Science Foundation. Entre autres intervenantes : Ingrid Daubechies, Cathleen Morawetz, Karen Uhlenbeck, Joan Birman, Dusa McDuff ...)

Quelques titres en vrac :

- Susan Schenkel : *Giving away success : Why women get stuck and what to do about it* (1992) Harper Perennial
- Annette Grabosch et Alinut Zwtlfer (eds) : *Frauen und Mathematik : Die allmähliche Rückeroberung der Normalität* (1992) Attempto Verlag Tübingen, Studium Generale. (Cet ouvrage se compose d'une dizaine d'articles sur le thème "Femmes et Maths" : enseignement des maths aux filles, proportion de femmes à l'Université, la vie et l'oeuvre de Sofia Kovalevskiaia ...)
- Eva Bayer-Fluckiger : *Women and Mathematics paru dans les actes du First European Congress of Mathematics, Paris, July 6-10, 1992 Vol. III : Round Tables* (1994) Birkhäuser Verlag, collection *Progress in Mathematics*, Vol. 121. (Cet article, qui comporte une très importante bibliographie et beaucoup de données statistiques, relate les interventions lors de la table ronde du 7 juillet 1992 : comparaison des diverses situations

selon les pays, évolution des attitudes et des modèles, présentation d'associations, de programmes ...)

Le dernier numéro de la *Revue française de pédagogie* (numéro 110 de janvier-mars 1995), intitulé *Filles et garçons devant l'école*, traite des thèmes suivants :

- culture mixte des classes et stratégies des filles,
- la mixité dans l'enseignement professionnel,
- réussite scolaire en maths et physique, au passage en première S. Quelles relations du point de vue des élèves et des enseignants?

Le numéro 21 du magazine *Quadrature* (mai 1995), intitulé *Vibrations*, propose une biographie de Sophie Germain.

Raphaelle Supper
email : supper @ math.u.strasbg.fr

SOMMAIRE

| | |
|---|----|
| <i>Editorial</i> | 1 |
| Vie de l'association | |
| <i>Historique de l'Association femmes et mathématiques</i> | 2 |
| <i>La place des femmes dans les mathématiques</i> | 4 |
| <i>Journées de l'APMEP</i> | 6 |
| <i>Nouvelles de l'étranger</i> | 8 |
| <i>Société Mathématique Européenne</i> | 9 |
| À propos de mathématiques | |
| <i>Comment définit-on la notion de transition de phase?</i> | 13 |
| <i>Où physique théorique, analyse de Fourier et probabilités se rejoignent.... Un exemple de transition de phases</i> | 17 |
| <i>Using anticommuting variables</i> | 23 |
| <i>Georg Cantor (1845 - 1918)</i> | 27 |
| À propos de femmes | |
| <i>Observatoire de l'imparité</i> | 35 |
| <i>Statistiques</i> | 36 |
| <i>Statistiques nationales des étudiants/es en mathématiques 1989/93</i> | 38 |
| <i>Sources</i> | 41 |
| <i>Comment les différences entre filles et garçons se fabriquent en classe de mathématiques</i> . | 41 |
| <i>Les femmes dans les Mathématiques</i> | 42 |
| <i>Bibliographie</i> | 47 |
| <i>Notes de lecture</i> | 48 |